

ÚLOHY NA REZY TELIES V PRÍPRAVE BUDÚCICH UČITEĽOV MATEMATIKY

DUŠAN VALLO, JÚLIA ZÁHORSKÁ

ABSTRACT. In this article we deal with specific geometry tasks which are referred to plane sections of solids. We are not concerned with detailed solutions; we demonstrate Cabri 3D software using. Our didactic approach comes out students' problems with solving these types of tasks whose study at Constantine Philosopher University in Nitra.

1. Úvod

Učivo stereometrie, ktorého súčasťou je aj učivo „Rezy telies rovinami“ je často problematickým tematickým celkom nielen pre žiakov SŠ, ale aj v príprave budúcich učiteľov matematiky. Študenti 1. ročníka UKF v Nitre, učiteľstva akademických predmetov v aprobácii s matematikou, absolvujú v letnom semestri predmet Základy matematiky 2, v rámci ktorého sa stretávajú s riešením úloh zameraných na konštrukciu rezov telies rovinami. Na to, aby študenti zvládli túto problematiku, je potrebné dodržiavať zásadu názornosti vo vyučovaní, k čomu je vhodné využívať IKT, vizualizáciu na počítači.

Vo vyučovaní používame dynamický program Cabri 3D, ktorý je určený okrem iného na zostrojovanie konštrukcií priamo v trojrozmernom priestore a my ho primárne používame pri výučbe „rezov telies rovinami“. Program je dostupný na stránkach internetu: <http://cabri-3d-2-1-2.soft-free-download.com/sk/> alebo 30 dňová verzia na <http://www.cabri.com/download-cabri-3d.html>.

2. Učivo geometrie v ŠVP ISCED 3A

V ŠVP ISCED 3A, ktorý je záväzným dokumentom pre vyučovanie na gymnáziách od roku 2008, sa uvádza v matematike v tematickom okruhu Geometria a meranie: žiaci skúmajú a objavujú rovinné a priestorové útvary a ich vlastnosti, odhadom, meraním i výpočtom určujú obsahy, povrchy a objemy telies, riešia polohové a metrické úlohy z bežnej reality, dôležité miesto má rozvoj priestorovej predstavivosti. V obsahu nachádzame aj tematický celok „Rezy“, ktorého pôvodné zaradenie bolo do druhého ročníka gymnázia, v súčasnosti je zaradenie do ročníka na rozhodnutí školy. Keďže s v našom príspevku venujeme problematike rezov telies rovinami, uvádzame ďalej len časti, týkajúce sa stereometrie. Vo výkonovom štandarde nachádzame:

- žiak vie v rovnobežnom premietaní načrtnúť kváder alebo jednoduché teleso zložené z malého počtu kvádrov,
- vie nakresliť bokorys a pôdorys jednoduchých útvarov zložených z kvádrov,
- žiak pozná príklady iných spôsobov znázorňovania priestoru (napr. vrstevnice alebo lineárna perspektíva),
- vie používať spôsoby dvojzomernej reprezentácie priestoru pri riešení jednoduchých úloh,
- vie vypočítať povrch a objem telies pomocou daných vzorcov vrátane jednoduchých prípadov, keď je potrebné niektoré údaje dopočítať z ostatných údajov,

- vie v jednoduchých prípadoch zobrazíť rez telesa rovinou,
- žiak pozná súvislosti rezu guľou so súradnicovým systémom,
- vie riešiť jednoduché úlohy vyžadujúce priestorovú predstavivosť.

V štandarde kompetencií sa okrem iného uvádza:

Štúdium matematiky na strednej škole prispieva k rozvoju kľúčových kompetencií,

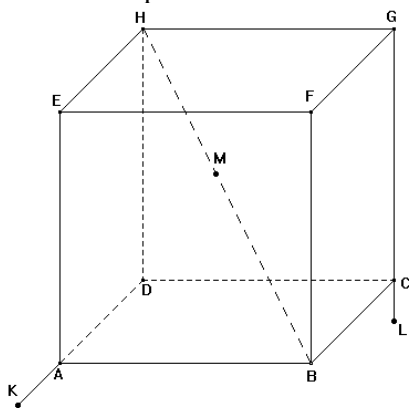
- kompetencia v oblasti informačných a komunikačných technológií,
- žiak má osvojené základné zručnosti v oblasti IKT ako predpoklad ďalšieho rozvoja,
- používa základné postupy pri práci s textom a jednoduchou prezentáciou,
- dokáže vytvoriť jednoduché tabuľky a grafy a pracovať v jednoduchom grafickom prostredí,
- dokáže využívať IKT pri vzdelávaní.

3. Použitie „Cabri 3D“ v riešení úloh

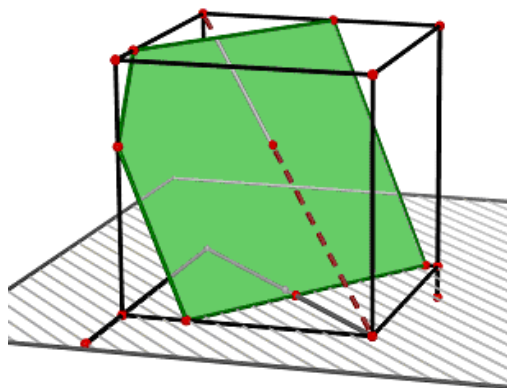
Ďalej uvádzame riešené príklady na rezy telies rovinami, s akými sa stretávajú študenti 1. ročníka UKF v Nitre v predmete Základy matematiky 2. Úlohy takéhoto typu sú pre nich problematické. Zo skúseností s výučbou konštatujeme, že s použitím programu Cabri 3D vo vyučovacom procese dosahujeme vyšší záujem študentov o riešenie úloh uvedeného typu, ako aj lepšie výsledky v ich riešení, čo sa napokon prejavuje aj na ich známkach.

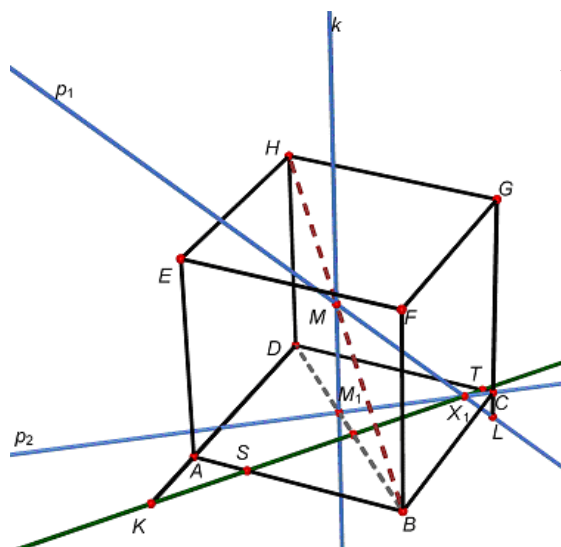
Príklad 1. Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou \overline{KLM} , ak bod K leží na polpriamke \overline{DA} za bodom A , bod L leží na polpriamke \overline{GC} za bodom C a bod M leží na telesovej uhlopriečke BH .

Znázornenie podľa zadania:



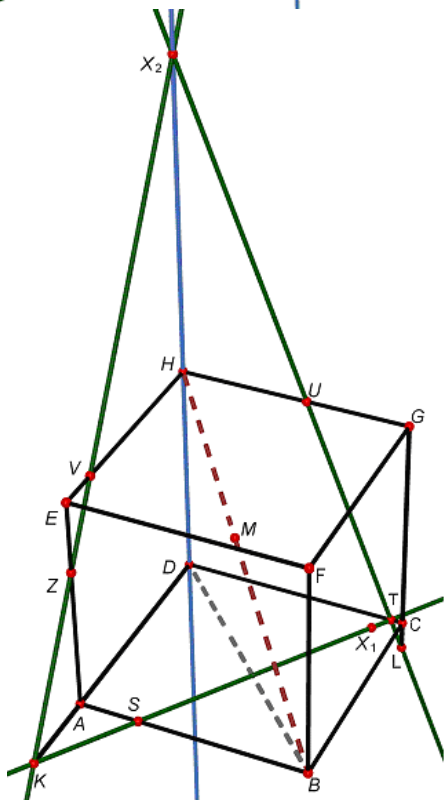
Riešenie:





Komentár k riešeniu:

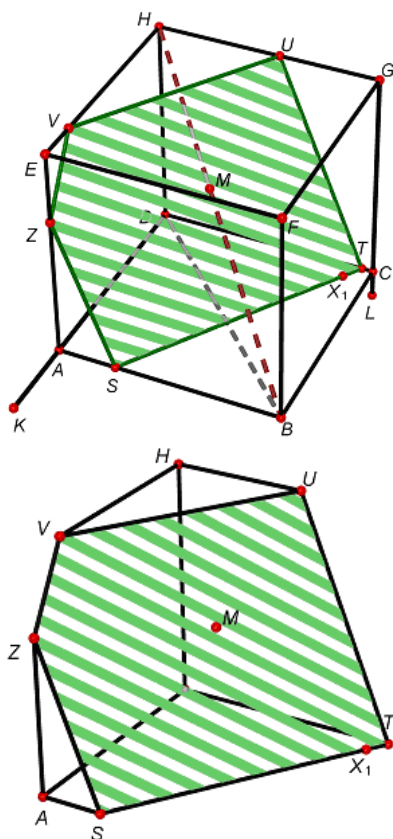
Kolmým priemetom bodu L do roviny podstavy \overline{ABC} je bod C a bodu M je bod M_1 , ktorý je potrebné zostrojiť. Potom bod $X_1 \in \overline{M_1C} \cap \overline{ML}$ patrí rovine rezu \overline{KLM} a súčasne je bodom roviny podstavy \overline{ABC} . Zostrojením priamky $\overline{KX_1}$ dostaneme body S, T ; $S \in \overline{AB}$ a $T \in \overline{CD}$, ktoré sú bodmi roviny rezu.



Ďalej zostrojíme priamku \overline{TL} ; $\overline{TL} \in \overline{CDH}$. Označme U bod roviny rezu, pre ktorý platí $U \in \overline{TL} \cap \overline{HG}$.

Nech $X_2 \in \overline{TL} \cap \overline{DH}$. Keďže

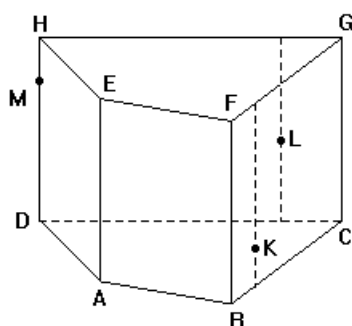
$\overline{DH} \in \overline{CDH}$ a súčasne $\overline{DH} \in \overline{ADH}$ z toho vyplýva, že $X_2 \in \overline{DH}$ je zároveň bodom roviny \overline{ADH} rovnako ako aj bod K . Zostrojením priamky $\overline{KX_2}$ získame posledné body roviny rezu V, Z ; $V \in \overline{KX_2} \cap \overline{EH}$ a $Z \in \overline{KX_2} \cap \overline{AE}$.



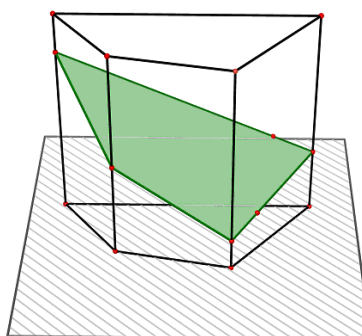
Posledným krokom je zostrojenie mnohoúhelníka $STUVZ$, ktorý je rezom kocky $ABCDEFGH$ rovinou \overline{KLM} . Použitím funkcie „zrezať mnohosten“ môže študent nadobudnúť úplnú predstavu o danej konštrukcii.

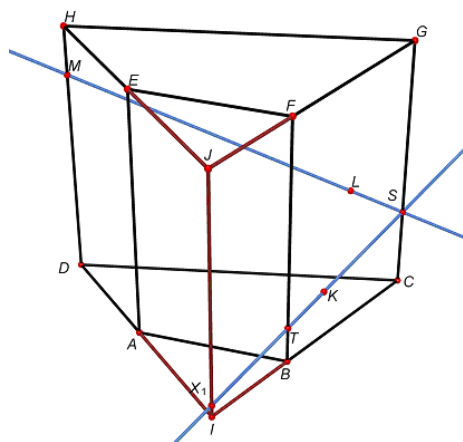
Príklad 2. Zostrojte rez štvorbokého hranola $ABCDEFGH$ rovinou \overline{KLM} : podstava je všeobecný štvoruholník, body K, L sú postupne vnútornými bodmi stien $BCGF, DCGH$ a bod M je vnútorným bodom hrany DH

Znázornenie podľa zadania:



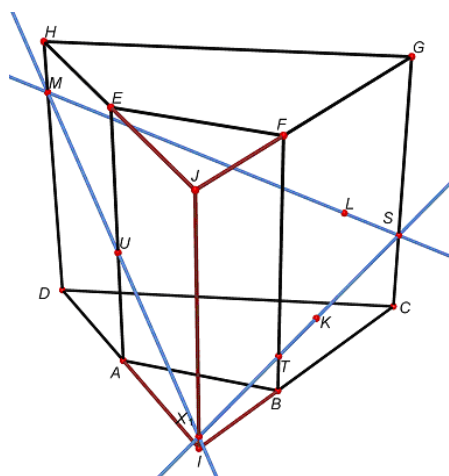
Riešenie:



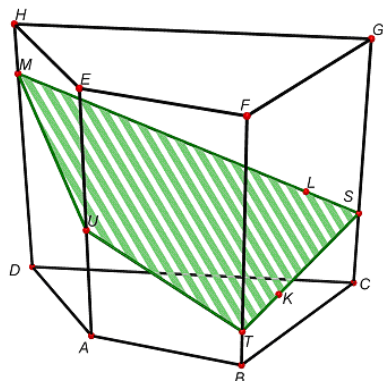


Komentár k riešeniu:

Využívame doplnenie na trojboký hranol $ICDJGH$. Zostrojíme priamku \overline{ML} a dostaneme bod rezu $S \in \overline{ML} \cap \overline{CG}$. V ďalšom kroku zostrojíme priamku \overline{SK} . Bod $T \in \overline{SK} \cap \overline{BF}$ je bodom rezu. Ďalší bod $X_1 \in \overline{SK} \cap \overline{IJ}$ využijeme v konštrukcii posledného bodu rezu.



Zostrojíme priamku X_1M . Posledný bod roviny rezu je U , pre ktorý platí: $U \in X_1M \cap AE$.



Zostrojíme mnohoúhelník $STUM$, ktorý je rezom štvorbokého hranola $ABCDEFGH$ rovinou \overline{KLM} .

4. Záver

Výhodou použitia programu Cabri 3D v riešení je názornosť. Študenti majú možnosť sledovať riešenie v jednotlivých fázach pootáčaním zostrojeného útvaru a prípadne aj odhaliť nesprávny krok v riešení. Z obrázkov je zrejmé, že program vytvára konštrukcie, ktoré nie sú zostrojené v rovnoobežnom premietaní, na čo študentov upozorníme. Dôležitá

je aj problematika viditeľnosti hrán. Kým študenti zostrojujú konštrukcie do zošitov, musia patrične zvýrazniť aj jednotlivé hrany podľa platných zásad premietania. Program používa kostrové modely telies a interaktivita konštrukcií nevyžaduje vyznačovať jednotlivé hrany čiarkovane.

K riešeniam, resp. komentárom, príkladov ešte poznamenávame tieto drobné didaktické postrehy:

- a) v 1. príklade sa študenti najčastejšie dopúšťajú chyby hneď na začiatku riešenia. Problémom je nájdenie bodu X_1 , ďalšieho bodu roviny podstavy. S použitím programu Cabri 3D často postupujú metódou „pokus – omyl“ a vizuálne, otáčaním objektov a konštrukciou priamok, či rovín, overujú polohu bodov, ktoré zostroja.
- b) V druhom príklade je problematickým „nápad“, ako postupovať v riešení. Vhodne volenými otázkami sa niektorí študenti dopracujú k správne postup.
- c) Vo vyučovaní sa stretávame s tým, že hlavne študenti s nižšou úrovňou priestorovej predstavivosti sú úspešnejší v riešení úloh na rezy telies rovinami, ak používame vo vyučovaní uvedený program. Vo väčšine prípadov si konštrukcie realizujú tiež s použitím Cabri 3D.

LITERATÚRA

- [1] Drábeková, J. – Rumanová, L.: *Využitie didaktických softvérov v niektorých častiach matematiky*, Nitra, In: Medzinárodné vedecké dni 2008 - zborník recenzovaných príspevkov z medzinárodnej vedeckej konferencie. SPU Nitra 2008, s. 1231-1235. ISBN 978-80-552-0061-3
- [2] Pavlovičová, G. - Rumanová, L.: *Rozvoj priestorovej predstavivosti s využitím Cabri 3D*. Bratislava: In. E-matik 2007 : *E-learning v matematike, matematika v E-learningu*, Bratislava - Slovakia, September 10-12, 2007, - Bratislava: UK, 2007. - nestr.
- [3] Šedivý, O. a kol.: *STEREOMETRIA- umenie vidieť a predstavovať si priestor*, FPV UKF Nitra, 2007, ISBN 978-80-8094-180-2
- [4] Štátny pedagogický ústav: *Štátny vzdelávací program MATEMATIKA - príloha ISCED 3A*, 2011, Dostupné: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced3a.pdf
- [5] Štátny pedagogický ústav: *Štátny vzdelávací program pre gymnázia v SR ISCED 3A – Vyššie sekundárne vzdelávanie*, 2011, Dostupné: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/isced3_spu_uprava.pdf
- [6] Vidermanová, K.: *Výučba stereometrie a rozvoj priestorovej predstavivosti pomocou počítačových programov*, In: Informačné a komunikačné prostriedky vo vzdelávaní v matematike, Nitra, FPV UKF, Prírodovedec č. 199, 2005, ISBN 80-8050-925-5- S.

RNDr. Dušan Vallo, PhD.
Katedra matematiky
Fakulta prírodných vied
Univerzita Konštantína Filozofa
Trieda A. Hlinku 1
SK – 949 74 Nitra
e-mail: dvallo@ukf.sk

PaedDr. Júlia Záhorská, PhD.
Katedra matematiky
Fakulta prírodných vied
Univerzita Konštantína Filozofa
Trieda A. Hlinku 1
SK – 949 74 Nitra
e-mail: jzahorska@ukf.sk