

NIEKOĽKO ÚLOH O ŠTVORSTENE NA ROZVOJ PRIESTOROVEJ PREDSTAVIVOSTI

LUCIA RUMANOVÁ, DANIEL HNYK

ABSTRACT. In the article we will look to the spatial imagination, the tetrahedron and its properties. We give several types of tasks which are the suitable for "training" spatial vision. In the last part of the contribution we will address the use of teaching aids and educational software which can help to improve the teaching of solid geometry.

O priestorovej predstavivosti

Priestorovou predstavivosťou rozumieme schopnosť predstavovať si vlastnosti geometrických trojrozmerných predmetov, ich tvar (podoba telies), polohu, veľkosť a umiestnenie v priestore.

Najnižšou formou priestorovej predstavivosti je *priestorová predstavivosť všeobecná* alebo *intuitívna priestorová predstavivosť*. Rozumie sa tým schopnosť predstavovať si:

- skôr videné (vnímané) objekty v trojrozmernom priestore a vybaviť si ich vlastnosti, polohu a priestorové vzťahy,
- skôr alebo v danom momente videné (vnímané) objekty v inej vzájomnej polohe, než v akej boli v skutočnosti vnímané,
- objekty v priestore na základe ich rovinného obrazu,
- neexistujúci reálny objekt v trojrozmernom priestore na základe jeho slovného opisu.

Vyššia forma je *geometrická predstavivosť*, teda schopnosť:

- abstrahovať z reálnej skutočnosti (z konkrétnych objektov) ich geometrické vlastnosti a vidieť v nich modely geometrických útvarov v ich „čistej podobe“,
- predstavovať si geometrické útvary a vzťahy medzi nimi na základe ich jednoduchých modelov. Predstavovať si geometrické útvary v najrôznejších vzájomných vzťahoch (napr. prienik dvoch telies)
- mať zásobu predstáv geometrických útvarov a schopnosť vybavovať si ich najrôznejšie podoby a polohy.

Najvyššou formou priestorovej predstavivosti je *priestorové a geometrické (priestorové schematické) myslenie*. Priestorové myslenie je schopnosť na základe priestorových a geometrických predstáv:

- vyvodiť závery, prípadne vytvoriť si nové predstavy, vedieť takéto nové predstavy vyjadriť alebo ich aj realizovať,
- myšlienkovito konštruovať priestorové obrazy (geometrické útvary), robiť s nimi operácie a vedieť také operácie vyjadriť, prípadne ich realizovať,
- vyjadriť graficky, diagramom, grafom alebo iným spôsobom (nejakou geometrickou schémou) v realite existujúce vzťahy a závislosti, vlastnosti rôznych matematických objektov, pojmov a javov a vzťahy závislosti medzi nimi, prípadne vedieť vyjadriť prebiehajúci dej,
- vedieť si predstaviť rôzne vzťahy, javy a závislosti existujúce v realite i v matematike, ak sú vyjadrené geometrickou schémou,
- využívať grafické metódy na riešenie praktických úloh a matematických problémov. [1]

Štvorsten

Štvorsten je jedno z Platónovských telies, ktorého najdôležitejšie vlastnosti sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

názov	Počet stien	Počet hrán	Počet vrcholov	Typ steny	Počet hrán pri vrchole	Povrch (a – dĺžka hrany)	Objem (a – dĺžka hrany)
Štvorsten tetraéder	4	6	4	trojuholník	3	$\sqrt{3}a^2 j^2$	$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 j^3$

Tabuľka 1: vlastnosti štvorstena

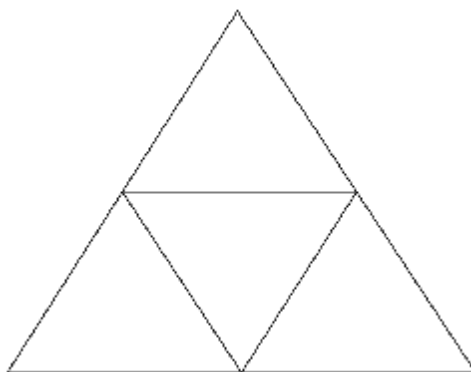
Nasledujúca veta popisuje vlastnosť štvorstena o hranových uhloch, ktorú možno využiť hlavne pri hľadaní jeho sietí: *Súčet ľubovoľných dvoch hranových uhlov prislúchajúcich ľubovoľnému vrcholu každého štvorstena je väčší ako tretí hranový uhol s tým istým vrcholom.*

Podrobnejšie vlastnosti štvorstenov môže čitateľ nájsť v publikácii [2].

Úlohy o štvorstene

Študenti základných i stredných škôl majú problémy pri riešení stereometrických úloh. Jednou z príčin môže byť aj slabšia úroveň priestorovej geometrickej predstavivosti. Úlohy v tejto časti sú venované štvorstenu, pričom sú zároveň ukázkami ako uvedený problém čiastočne eliminovať a študentov tiež motivovať. Uvedieme niekoľko typových úloh, prípadne námetov vhodných k rozvoju priestorovej predstavivosti.

Príklad 1: *Doplňte záložky na sieti štvorstena a vyrobte jeho model z papiera.*

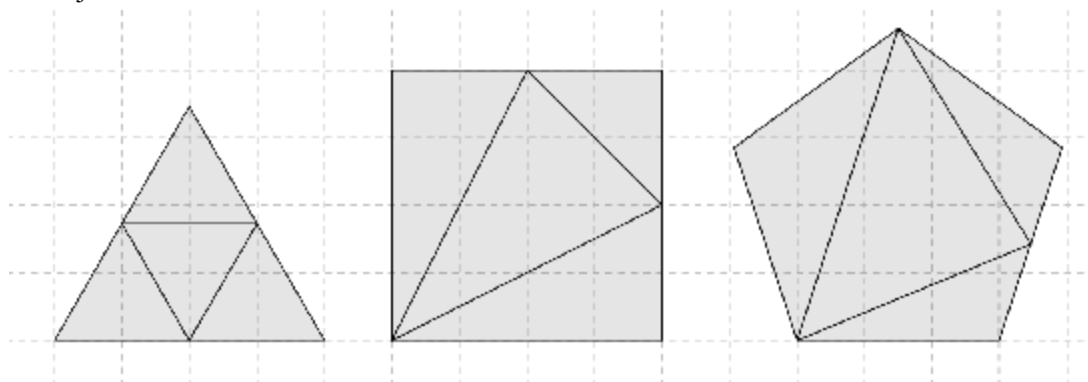


Obrázok 1: sieť štvorstena

Príklad 2: *Aký pravidelný n -uholník ($n \in N$) môže vzniknúť zo siete existujúceho štvorstena?*

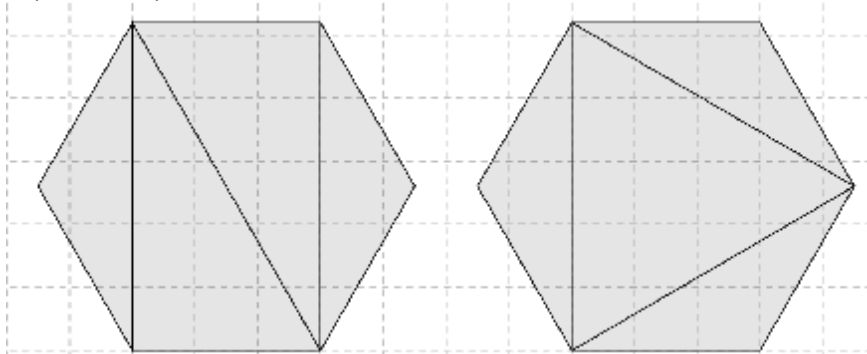
Riešenie: Sieť ľubovoľného štvorstena je vo všeobecnosti konvexný alebo nekonvexný šesťuholník (štvorsten má 9 hrán, z ktorých 3 hrany ležia vo vnútri šesťuholníka). Pri rozložení štvorstena do roviny môžu niektoré hrany so spoločným vrcholom aj splynúť, preto sa jeho sieť zredukovať aj na rovnostranný trojuholník, štvorec alebo pravidelný

päťuholník (obrázok 2). S využitím vlastnosti štvorstena o hranových uhloch vieme ukázať, že uvedené pravidelné mnohouholníky tvoria sieť a teda štvorsten s takou sieťou existuje.



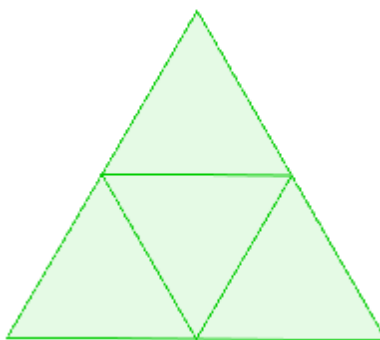
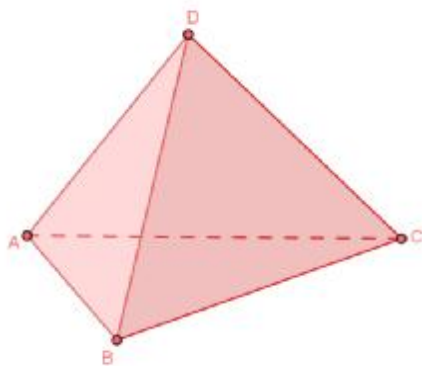
Obrázok 2: pravidelné n -uholníky ako siete štvorstena

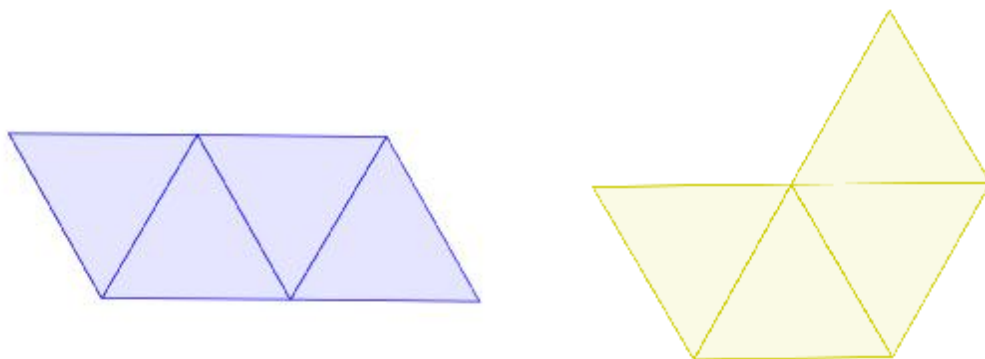
Pre pravidelný šesťuholník uvedená vlastnosť nie je splnená, preto nemôže byť sieťou štvorstena (obrázok 3).



Obrázok 3: pravidelné šesťuholníky, ktoré nie sú sieťami štvorstena

Príklad 3: Sú nasledujúce siete sieťami daného štvorstena $ABCD$? Ak daný útvar tvorí sieť štvorstena $ABCD$, tak označte jeho vrcholy.

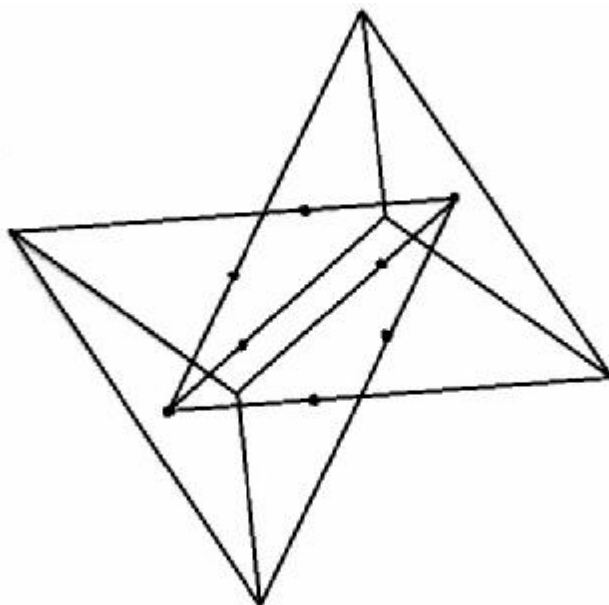




Návod na riešenie: Každý vrchol štvorstena je spoločným bodom troch jeho stien a troch hrán.

Príklad 4: Pravidelný štvorsten je zobrazený v stredovej súmernosti so stredom v bode, ktorý leží v strede ľubovoľnej výšky tohto štvorstena (obrázok 4). Nakreslite podľa viditeľnosti:

- zjednotenie týchto dvoch telies
- prienik týchto dvoch telies
- to, čo zostane bez prieniku z jedného štvorstena
- to, čo zostane bez prieniku z druhého štvorstena.



Obrázok 4: pravidelný štvorsten v stredovej súmernosti

Didaktické pomôcky a didaktický softvér

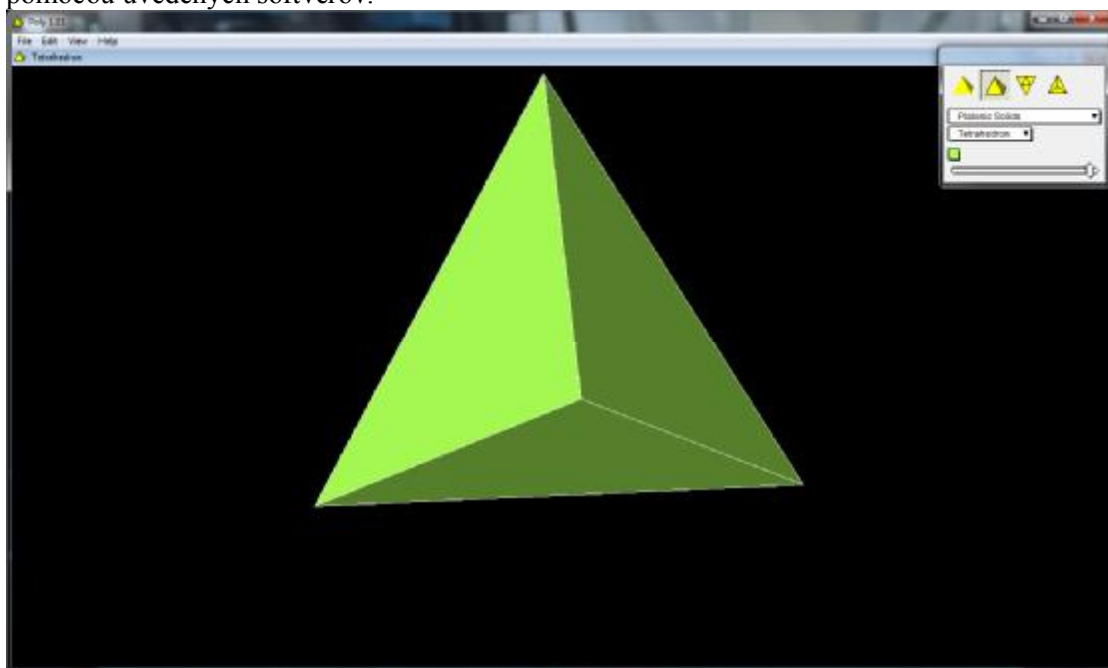
Nové trendy vo vyučovaní geometrie vedú k využívaniu rôznych didaktických pomôcok, didaktických softvérov na zlepšenie, ale tiež aj na zatraktívnenie jej výučby.

V školskej praxi k vytváraniu modelov geometrických telies sú osvedčené stavebnice GEOMAG a POLYDRON. Nasledujúce obrázky (obrázok 5) sú vytvorené pomocou uvedených didaktických pomôcok.

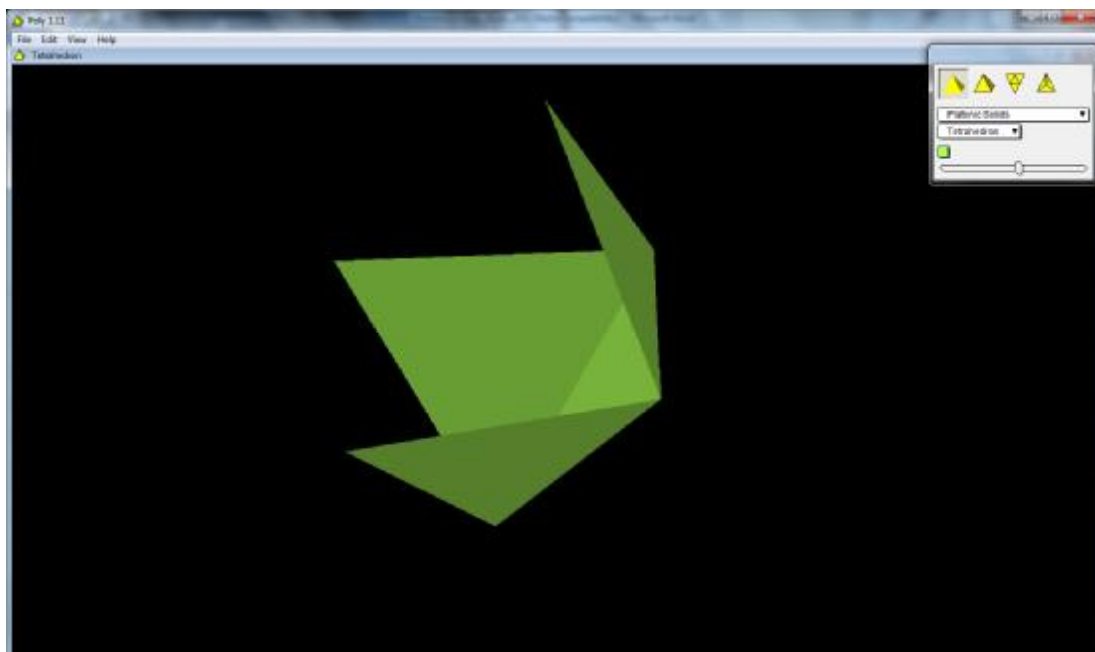


Obrázok 5: pravidelný štvorsten pomocou GEOMAGu a POLYDRONu

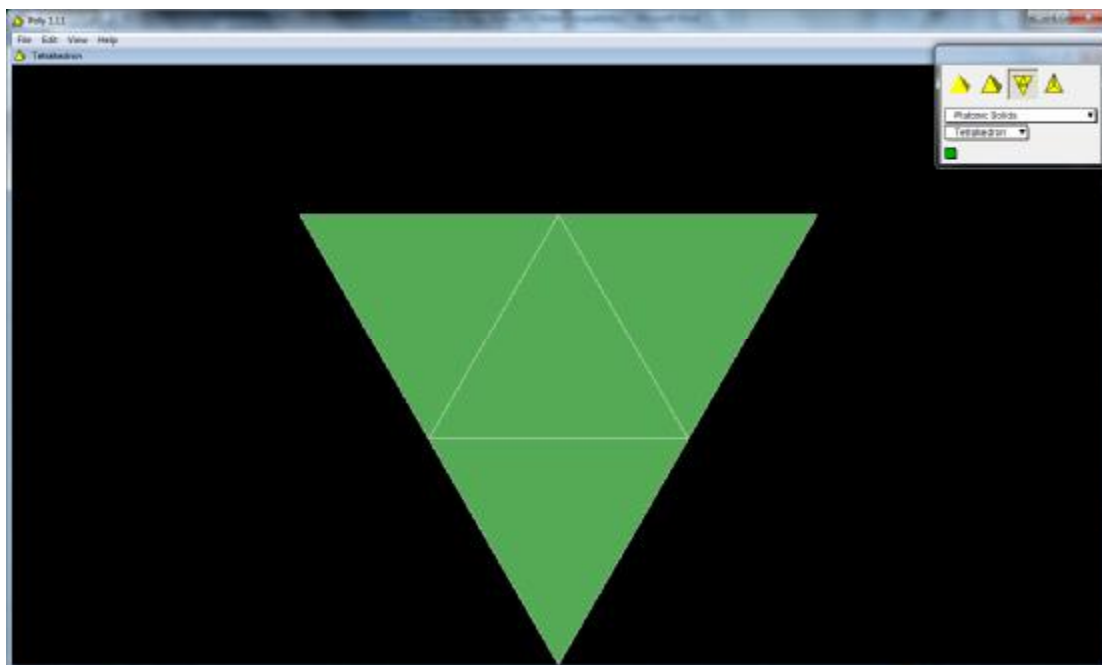
V prípade nedostupnosti didaktických pomôcok a modelov je možné tento problém nahradiť dynamickými softvérmi. Softvéry vnášajú do výučby geometrie pohyb – dynamickosť, realistické obrazy priestorových objektov – virtuálnu realitu a možnosť priameho zasahovania a zmeny parametrov – interaktívnosť. Za všetky spomenieme napríklad CABRI 3D, POLY. Nasledujúce obrázky (obrázok 6, 7, 8, 9, 10) sú vytvorené pomocou uvedených softvérov.



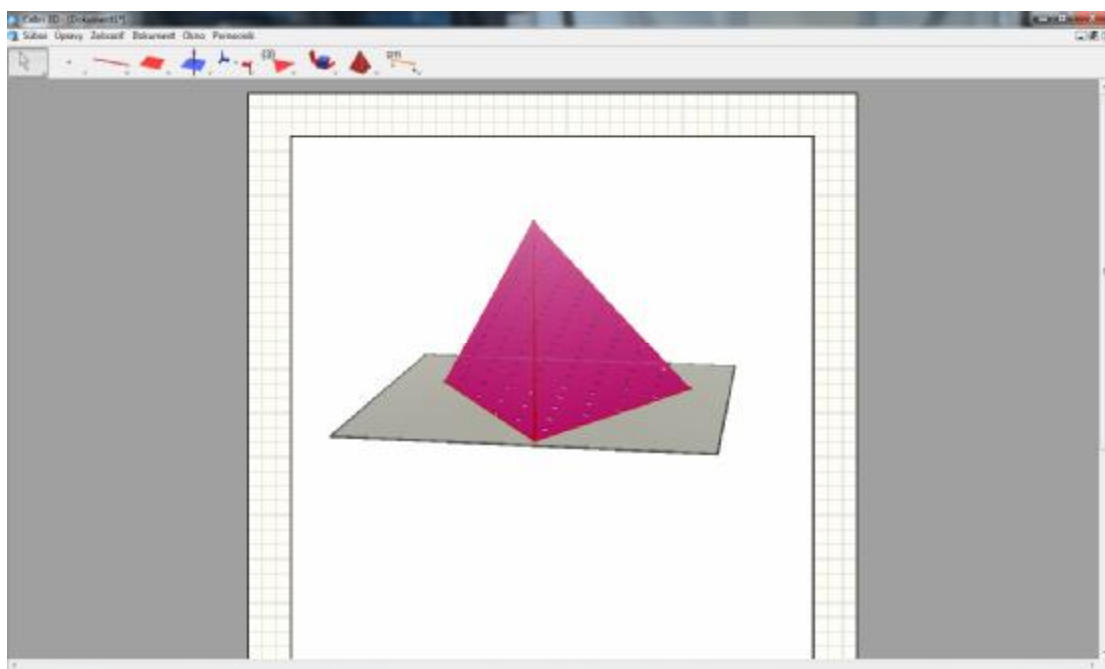
Obrázok 6: pravidelný štvorsten s využitím softvéru POLY



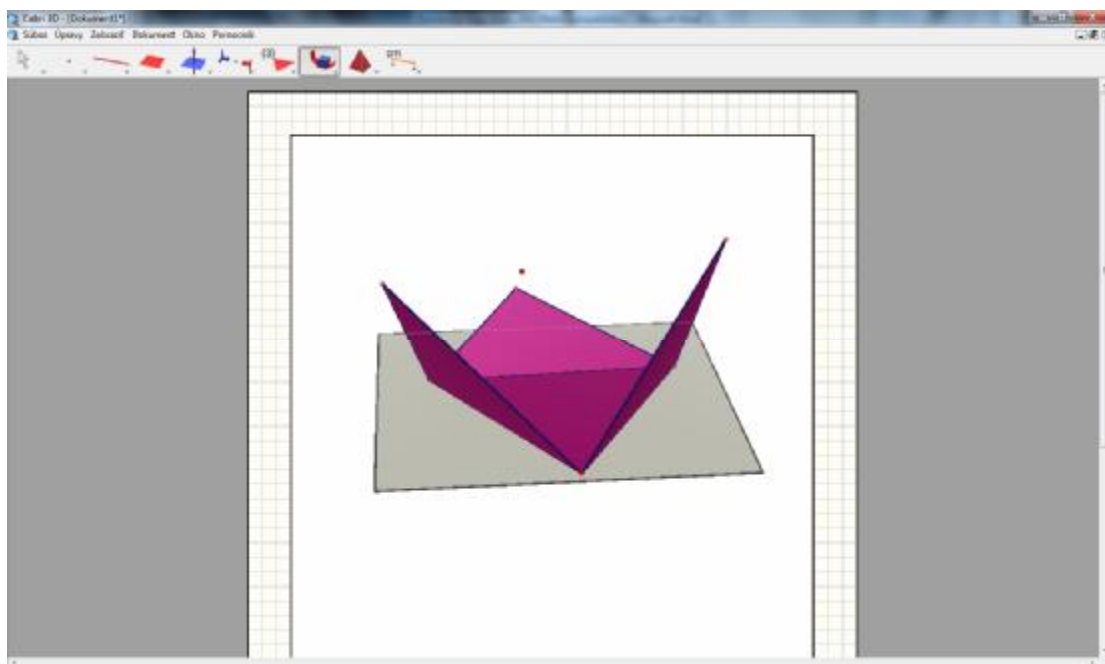
Obrázok 7: zostrojenie siete pravidelného štvorstena s využitím softvéru POLY



Obrázok 8: sieť pravidelného štvorstena s využitím softvéru POLY



Obrázok 9: pravidelný štvorsten s využitím softvéru CABRI 3D



Obrázok 10: zostrojenie siete pravidelného štvorstena s využitím softvéru CABRI 3D

Záver

V príspevku sme sa venovali priestorovej predstavivosti, štvorstenu a jeho vlastnostiam. Uviedli sme niekoľko typových úloh, ktoré sú vhodné na „tréning“

priestorového videnia. Posledná časť príspevku bola venovaná využívaniu didaktických pomôcok a didaktických softvérov, ktoré môžu napomôcť k zlepšeniu výučby stereometrie.

LITERATÚRA

- [1] Šedivý, O. – Rumanovská, H: *Niekoľko metodických poznámok k rozvoju priestorovej predstavivosti*, Zborník PF v Nitre č. 4, Nitra, 1988
- [2] Vallo, D. – Šedivý, O.: *Mnohosteny. Cesta k rozvoju geometrických predstáv*, FPV UKF v Nitre, Nitra, Prírodovedec č. 418, 2010, ISBN 978-80-8094-735-4
- [3] Pavlovičová, G. – Rumanová, L.: *Štvorsten – jeho vlastnosti, aplikácie*, Acta mathematica 12, UKF v Nitre, Nitra, 2009, ISBN 978-80-8094-614-2

PaedDr. Lucia Rumanová, PhD.
Katedra matematiky
Fakulta prírodných vied
Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre
Trieda A. Hlinku 1
SK – 949 74 Nitra
e-mail: lrumanova@ukf.sk

Mgr. Daniel Hnyk
Základná škola
Záhorácka ul. č.95
Malacky 901 01
e-mail: daniel.hnyk@gmail.com