

## GEOMETRIA V PREGRADUÁLNEJ PRÍPRAVE UČITEĽOV - ELEMENTARISTOV

IVETA SCHOLTZOVÁ – MAREK MOKRIŠ

**ABSTRACT.** At the Faculty of Education of University of Prešov in the study Pre-school and Elementary Education is the second stage study carried out a study program Primary School Education. Geometry with Didactics is a part of the mathematical education.

### 1 Úvod

Súčasťou matematickej prípravy budúcich učiteľov pre primárny stupeň škôl je tiež geometria. V posledných rokoch sa aj táto časť vzdelávacieho procesu realizuje s podporou e-learningu. Viacročné skúsenosti ukazujú, že elektronická podpora matematickej edukácie je efektívnou súčasťou pregraduálnej prípravy učiteľov pre primárny stupeň vzdelávania. Vyučovanie geometrie prostredníctvom nástrojov dynamickej geometrie v kombinácii s interaktívnou tabuľou nadobúda dôležité postavenie vo vyučovacom procese. E-vzdelávanie sa stáva neoddeliteľnou súčasťou pregraduálnej prípravy a prispieva k rozvíjaniu matematickej a príslušnej odborovodidaktickej kompetencie budúceho učiteľa.

### 2 Geometria s didaktikou

Odborná geometrická príprava budúcich učiteľov pre primárny stupeň vzdelávania, doplnená aj o didaktickú interpretáciu učiva na 1. stupni základných škôl, je v podmienkach Pedagogickej fakulty Prešovskej univerzity v Prešove realizovaná najmä prostredníctvom predmetu Geometria s didaktikou. V tejto disciplíne je výučba uskutočňovaná v dvoch rovinách:

- 1) ako prezenčný predmet s časovou dotáciou 1 hodina prednáška a dvojhodinový seminár v dennej forme štúdia,
- 2) ako elektronický podporný kurz spracovaný v LMS Moodle.

Tieto dve súčasti pregraduálnej prípravy budúcich učiteľov v oblasti elementárnej geometrie sa navzájom dopĺňajú.

Cieľom predmetu Geometria s didaktikou je systematizovať vedomosti z geometrie získané počas školského vzdelávania a doplniť ich o nové poznatky, pozitívne ovplyvňovať postoje študentov ku geometrii a získať schopnosť didakticky interpretovať poznatky z geometrie do vyučovania geometrie v primárnej škole. To všetko má smerovať k rozvíjaniu gramotnosti študentov v geometrickej oblasti a k rozvíjaniu ich didaktických zručností.

Prezenčná výučba predmetu je štruktúrovaná do nasledujúcich tematických oblastí:

1. Základné geometrické útvary a ich vlastnosti. Znázorňovanie geometrických útvarov.
2. Binárne relácie a operácie v geometrii.
3. Miera geometrických útvarov.
4. Geometria ako veda a jej miesto v školskej matematike.

Elektronický kurz v LMS Moodle je rozdelený do tematických okruhov. Po úvodnom prihlásení sa do kurzu má študent k dispozícii informačný list (obsahuje všetky potrebné informácie pre úspešné absolvovanie predmetu), diskusné fórum (nástroj slúžiaci na

odbornú diskusiu k predmetu), blok obsahujúci potrebnú pedagogickú dokumentáciu súvisiacu s vyučovaním geometrie na primárnom stupni vzdelávania a blok ponúkajúci voľne dostupné nástroje dynamickej geometrie.

Kurz vznikol v rámci projektu *Implementácia Learning Management System do matematickej a odborovodidaktickej prípravy budúcich učiteľov predmetaristov a elementaristov* (KEGA 169-009PU-4/2010).

Kurz: **Geometria s didaktikou**  
Lektor: doc. RNDr. Iveta Scholtzová, PhD., Mgr. Marek Mokriš, PhD.

---

Dobrý deň,  
vítame Vás v kurze *Geometria s didaktikou*. Prajeme Vám veľa úspechov vo Vašom štúdiu.  
Iveta Scholtzová, Marek Mokriš

 Informačný list  
 Diskusné fórum

**PEDAGOGICKÁ DOKUMENTÁCIA**

 ŠVP Matematika-príloha ISCED1 - 2. upravená verzia pre 1. až 4. ročník ZŠ  
 ŠVP pre 1. stupeň ZŠ - ISCED1 - Primárne vzdelávanie  
 Učebné osnovy matematiky pre 1. stupeň ZŠ (1995)  
 Obsahový a výkonový štandard z matematiky pre 1. stupeň ZŠ

**GEOMETRICKÝ SOFTVÉR**

 C a R - dynamická geometria  
 GEONeXT - dynamická geometria v SK lokalizácii  
 Geometrický softvér

Všetky témy spracované v elektronickom kurze majú nasledovnú štruktúru:

- Teoretické východiská – pdf dokument, ktorý obsahuje spracovanie vybraných elementov z odbornej geometrie.
- Doplnkové študijné materiály – ďalšie zdroje slúžiace na štúdium predmetnej problematiky. Obsahujú odkazy na už vytvorené materiály dostupné prostredníctvom internetu, videá a iné materiály spracované tútormi kurzu.
- Cvičenia – dokument obsahujúci zadania úloh odporúčaných na samostatnú prácu.
- Didaktická interpretácia – pdf dokument, v ktorom je spracovaná interpretácia teoretických východísk (elementy z odbornej geometrie) do problematiky matematického vzdelávania na primárnom stupni.
- Cvičný test – nástroj systému Moodle, ktorý umožňuje vytvorenie didaktického testu zameraného na autoevalváciu štúdia. Umožňuje vytvorenie spätnej väzby o úrovni zvládnutia danej problematiky prostredníctvom elektronického autokorektívneho on-line testu.

Tematická oblasť *Základné geometrické útvary a ich vlastnosti* je v elektronickom kurze rozčlenená do týchto tematických okruhov:

- Axiomatická výstavba geometrie. Základné a odvodené pojmy euklidovskej geometrie.
- Trojuholník, štvoruholník, mnohoúholník
- Kružnica a kruh
- Telesá a ich siete
- Množiny bodov daných vlastností

Tematická oblasť *Binárne relácie a operácie v geometrii* je v elektronickom kurze rozčlenená nasledovne:

- Vzájomné polohy bodov, priamok a rovín v priestore
- Geometrické zobrazenia

Tematická oblasť *Miera geometrických útvarov* má v elektronickom kurze tieto okruhy:

- Miera úsečky. Miera uhla
- Miera rovinného útvaru

Tematický oblasť *Geometria a jej miesto v školskej matematike* je v elektronickom kurze inkorporovaná do každej lekcie najmä prostredníctvom odkazu Didaktická interpretácia.

V nasledujúcej časti uvádzame ukážky spracovania jednotlivých elementov z geometrie v elektronickom kurze s popisom ich obsahovej náplne.

**1 AXIOMATICKÁ VÝSTAVBA GEOMETRIE. ZÁKLADNÉ A ODVODENÉ POJMY EUKLIDOVSKÉJ GEOMETRIE** □

-  T-01 Teoretické východiská
-  Axiomatika geometrie
-  Neeuklidovská geometria - sférická
-  Neeuklidovská geometria - eliptická
-  C-01 Cvičenia
-  D-01 Didaktická interpretácia
-  Cvičný test 1

V tejto lekcii je spracovaná problematika venovaná základným pojmom (bod, priamka, rovina) a odvodeným pojmom (úsečka, polpriamka, lomená čiara, konvexná a nekonvexná množina, polrovina, uhol). Problematike axiomatickej výstavby geometrie sa venujú odkazy Axiomatika geometrie, Neeuklidovská geometria – sférická, Neeuklidovská geometria – eliptická.

Didaktická interpretácia obsahuje zavedenie pojmov rovná a krivá čiara, otvorená a uzavretá lomená čiara, bod, priamka, polpriamka, úsečka vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ. Prezentovaná je aj metodika zavedenia pojmov bod, úsečka, stred úsečky, polpriamka, priamka a typy úloh v jednotlivých ročníkoch.


**2 VZÁJOMNÉ POLOHY BODOV, PRIAMOK A ROVÍN V PRIESTORE** □

-  T-02 Teoretické východiská
-  C-02 Cvičenia
-  Kocka - pomôcka na riešenie úloh
-  D-02 Didaktická interpretácia
-  Cvičný test 2

Druhá lekcia je venovaná axióme rovnobežnosti; reláciám incidencie, inklúzie, rovnobežnosti; vzájomným polohám geometrických útvarov v priestore (bod – bod, bod – priamka, bod – rovina, priamka – priamka, priamka – rovina, rovina – rovina); kritériu rovnobežnosti priamky a roviny, kritériu rovnobežnosti dvoch rovín; relácii kolmosti (pravý uhol, kolmé priamky, kolmosť priamky a roviny, kritérium kolmosti priamky a roviny, kritérium kolmosti dvoch rovín).

Didaktická interpretácia zahŕňa problematiku vzájomnej polohy geometrických útvarov (bod, priamka, úsečka) v rovine vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ; kolmosť priamok vo vyučovaní matematiky; metodiku rysovania kolmých priamok; rysovanie pravouhlých štvoruholníkov s využitím kolmosti (podľa ŠVP ISCED1 táto problematika nemusí byť zaradená na 1. stupeň ZŠ).

**3 TROJUHOĽNÍK, ŠTVORUHOĽNÍK, MNOHOUHOĽNÍK** 

-  T-03 Teoretické východiská
-  Opísaná kružnica trojuholníku - konštrukčný postup
-  Vpísaná kružnica trojuholníku - konštrukčný postup
-  Ortocentrum - priesečník výšok trojuholníka
-  C-03 Cvičenia
-  D-03 Didaktická interpretácia
-  Cvičný test 3

Teoretická časť tretej lekcie sa venuje vymedzeniu pojmov trojuholník, štvoruholník, mnohouholník, ich vlastnostiam a klasifikácii.

Didaktická rovina obsahuje propedeutiku pojmu trojuholník vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ; metodiku zavedenia pojmu trojuholník, vlastnosti a metodiku rysovania trojuholníka. Spracovaná je aj propedeutika pojmov štvorec, obdĺžnik a mnohouholník vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ; metodika zavedenia pojmov štvorec a obdĺžnik; ich vlastnosti a metodika rysovania.

**4 KRUŽNICA A KRUH** 

-  T-04 Teoretické východiská
-  C-04 Cvičenia
-  D-04 Didaktická interpretácia
-  Cvičný test 4

V lekcii Kružnica a kruh sú teoretické východiská venované definícii pojmov kružnica a kruh; zhodnosti kružníc (kruhov); sústredným kružniciam; častiam kružnice a kruhu (kružnicový oblúk, kruhový výsek, kruhový odsek); vzájomnej polohy priamky a kružnice (nesečnica, dotyčnica, sečnica, tetiva) a vzájomnej polohy dvoch kružníc.

Didaktická interpretácia zahŕňa propedeutiku pojmov kružnica a kruh vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ; metodiku zavedenia pojmov kružnica a kruh, ich vlastnosti a metodiku rysovania.

**5 TELESÁ A ICH SIETE** 

-  T-05 Teoretické východiská
-  Hranolový priestor
-  3-boký ihlan
-  C-05 Cvičenia
-  D-05 Didaktická interpretácia
-  Cvičný test 5

Táto téma obsahuje spracovanie nasledovných elementov: guľová plocha, guľa, polpriestor, vrstva, hranolový priestor, hranol (vlastnosti hranola, typy hranolov), ihlanový priestor, ihlan (vlastnosti ihlana, typy ihlanov), valcový priestor, valec (vlastnosti valca), kužeľový priestor, kužeľ (vlastnosti kužeľa), sieť telesa, siete jednotlivých telies.

Didaktická interpretácia pozostáva z oblastí: priestorové útvary vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ; kocka – model, sieť kocky, stavby z kociek.

<b>6</b>	<b>MNOŽINY BODOV DANÝCH VLASTNOSTÍ</b>	<input type="checkbox"/>
	T-06 Teoretické východiská	
	MBDV - Kružnica	
	MBDV - Kruh	
	MBDV - Os úsečky	
	MBDV - Os uhla	
	MBDV - Talesová kružnica	
	C-06 Cvičenia	
	D-06 Didaktická interpretácia	
	Cvičný test 6	

V tejto časti je vymedzený pojem množina bodov daných vlastností a definované geometrické útvary ako množiny bodov daných vlastností (úsečka, polpriamka, polrovina, trojuholník, kružnica, kruh, polpriestor, guľová plocha, guľa, os úsečky, os uhla, osi rôznobežiek, os pásu rovnobežiek, množina všetkých bodov roviny v danej vzdialenosti od priamky, Talesova kružnica).





Didaktická interpretácia je zameraná na geometrické útvary, ktoré je možné definovať ako množiny bodov daných vlastností – úsečka, polpriamka, trojuholník, kružnica, kruh, guľa – s poukázaním na ich odlišné zavedenie vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ; na základné vlastnosti a rysovanie daných rovinných geometrických útvarov.

<b>7</b>	<b>GEOMETRICKÉ ZOBRAZENIA</b>	<input type="checkbox"/>
	T-07 Teoretické východiská	
	Osová súmernosť	
	Otočenie	
	Posunutie	
	C-07 Cvičenia	
	D-07 Didaktická interpretácia	
	Cvičný test 7	

Lekcia je venovaná zhodnosti úsečiek (relácia zhodnosti úsečiek, prenášanie úsečiek, porovnávanie úsečiek, grafický súčet úsečiek, grafický rozdiel úsečiek, násobok úsečky); zhodnosti uhlov a trojuholníkov (vety o zhodnosti trojuholníkov); základným vlastnostiam geometrického zobrazenia (samodružný bod, inverzné zobrazenie, involutórne zobrazenie); zhodnému zobrazeniu (definícia, zhodnosť geometrických útvarov); zhodným zobrazeniam v rovine (osová súmernosť, stredová súmernosť, otočenie, posunutie); podobným zobrazeniam v rovine a podobnosti trojuholníkov.

V didaktickej interpretácii je pozornosť venovaná metodike, ako sa vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ určuje, že dva geometrické útvary sú zhodné; propedeutike grafického súčtu, rozdielu úsečiek a násobku úsečky; propedeutike zhodných a podobných zobrazení v rovine.

**8** **MIERA ÚSEČKY. MIERA UHLA** □

-  T-08 Teoretické východiská
  -  Goniometrické funkcie uhla
  -  Funkcia sínus
-  C-08 Cvičenia
-  D-08 Didaktická interpretácia
  -  Obvod trojuholníka
-  Cvičný test 8




V dokumente teoretické východiská je spracovaná problematika:

- Miera úsečky – definícia
  - vlastnosti miery úsečky
  - jednotková úsečka
  - jednotky dĺžky – základná jednotka, odvodené jednotky
- Trojuholníková nerovnosť
- Vzďialenosť geometrických útvarov
  - dvoch bodov
  - bodu a geometrického útvaru
  - dvoch geometrických útvarov
- Obvod geometrických útvarov

Didaktická interpretácia tejto problematiky ma nasledujúcu štruktúru:

- Metodika zavedenia dĺžky úsečky.
- Jednotky dĺžky a ich postupné zavádzanie v matematike na 1. stupni ZŠ.
- Premieňanie jednotiek dĺžky.
- Propedeutika pojmu obvod.
- Metodika zavedenia pojmu obvod rovinného útvaru (trojuholník, štvorec, obdĺžnik, mnohoúhelník).

**9** **MIERA ROVINNÉHO ÚTVARU** □

-  T-09 Teoretické východiská
  -  Aproximácia čísla  $\pi$
-  C-09a Cvičenia
-  C-09b Cvičenia
-  D-09 Didaktická interpretácia
-  Cvičný test 9

V ďalšej lekcii sú teoretické východiská zamerané na tieto elementy:




- Merateľný útvar v rovine
- Miera rovinného útvaru – definícia
  - vlastnosti miery rovinného útvaru
  - jednotkový útvar
  - jednotky obsahu
- Jordanova teória miery
- Obsah rovinných útvarov

Ich didaktická interpretácia obsahuje túto problematiku:



- Propedeutika pojmu obsah rovinného útvaru vo vyučovaní matematiky na 1. stupni ZŠ.
- Metodika zavedenia pojmu obsah rovinného útvaru - štvorec, obdĺžnik, mnohoholník, trojuholník.

Posledné časti kurzu sú venované problematike seminárnej práce (zadanie seminárnej práce, pokyny na jej vypracovanie a odovzdanie, šablóna dokumentu), testu (súčasť priebežného hodnotenia, ktorá prebieha prezenčne – dokument obsahuje obsahové zameranie testu a pokyny) a ostatný dokument obsahuje formuláciu otázok k ústnej časti skúšky (záverečné hodnotenie z predmetu).

10	<b>SEMINÁRNA PRÁCA</b>  Seminárna práca - pokyny	<input type="checkbox"/>
11	<b>TEST</b>  Obsah a pokyny	<input type="checkbox"/>
12	<b>SKÚŠKA ústna</b>  Otázky na skúšku  Prihlasovanie na ústnu skúšku sa realizuje cez MAIS.	<input type="checkbox"/>

### 3 Záver

Na základe našich skúsenosti ([1], [2], [7] ) aj skúseností kolegov ([3], [4], [5], [6], [8]) sa ukazuje, že prezenčná forma štúdia doplnená elektronickým kurzom spracovaným napr. v prostredí LMS Moodle, je vhodnou kombináciou pre efektívnu prípravu budúcich učiteľov pre primárne vzdelávanie aj v oblasti elementárnej geometrie.

#### LITERATÚRA

- [1] MOKRIŠ, M. Electronic textbook in LMS Moodle. In: *Mathematics XII*. Czestochowa: Publishing House of Jan Dlugosz University of Czestochowa, 2007. s. 289-294. ISBN 978-83-7455-013-0. - ISSN 1896-0286
- [2] MOKRIŠ, M. – SCHOLTZOVÁ, I. Elektronická podpora matematického vzdelávania na Pedagogickej fakulte PU v Prešove. In: *Zkušenosti s dalším vzděláváním učitelů v matematice*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, Pedagogická fakulta, 2008. s. 85-94. ISBN 978-80-7368-621-5
- [3] PRÍDAVKOVÁ, A. Elektronický kurz v matematickej príprave budúcich učiteľov primárnej školy. In 7. Žilinská didaktická konferencia. (CD nosič). Žilina: FPV ŽU v Žiline, 2010, ISBN 978-80-554-0216-1
- [4] PRÍDAVKOVÁ, A. Elementárne pojmy teórie množín v príprave učiteľov primárnej školy. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 185 – 189. ISBN 978-80-7043-992-0
- [5] PRÍDAVKOVÁ, A. MODELS OF THE NOTION OF A FUNCTION IN PRIMARY SCHOOL. In *International Conference PRESENTATION of*

- MATHEMATICS '11*. Liberec: Technical University of Liberec, 2011. s. 243 - 248. ISBN 978-80-7372-773-4
- [6] PRÍDAVKOVÁ, A. Experience with teaching course of "fun mathematics". In: *Mathematics XII*. - Czestochowa: Publishing House of Jan Dlugosz University of Czestochowa, 2007. P 355-358. ISBN 978-83-7455-013-0. - ISSN 1896-0286
- [7] SCHOLTZOVÁ, I. – MOKRIŠ, M. Geometry in elementary teacher training. In: *Usta ad Albim Bohemica* [elektronický zdroj]. - ISSN 1802-828X. - Roč. 10, č. 1 (2010), s. 85-90.
- [8] TOMKOVÁ, B. Elektronický kurz „Tvorba počiatočných matematických predstáv“. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 224 – 227. ISBN 978-80-7043-992-0

*doc. RNDr. Iveta Scholtzová, PhD.*

*Mgr. Marek Mokriš, PhD.*

*Katedra matematickej edukácie*

*Pedagogická fakulta*

*Prešovská univerzita v Prešove*

*Ul. 17. novembra 15*

*SK – 080 01 Prešov*

e-mail: [iveta.scholtzova@pf.unipo.sk](mailto:iveta.scholtzova@pf.unipo.sk)

e-mail: [marek.mokris@pf.unipo.sk](mailto:marek.mokris@pf.unipo.sk)