

AKO UČIŤ STEREOMETRIU NA GYMNÁZIÁCH POMOCOU VOĽNE DOSTUPNÉHO SOFTVÉRU

IVETA KOHANOVÁ

ABSTRACT. In this paper we describe possible ways how to teach selected parts of solid geometry in upper secondary schools in accordance with lately published textbooks. Firstly we focus on different views (top, front and side view), in the second part we deal with cutting a cube by a plane.

Stereometria v ŠVP

V súvislosti s ostatnou školskou reformou z roku 2008 sa na základných i stredných školách zmenila obsahová náplň viacerých predmetov, matematiku nevynímajúc. Zámerom autorov bolo priblížiť žiakom matematiku viac z praktického hľadiska, aby mali schopnosť a ochotu používať matematické modely myslenia (logické a priestorové myslenie) a prezentácie (vzorce, modely, diagramy, grafy, tabuľky). [1] Vzdelávací obsah predmetu bol rozdelený do piatich tematických okruhov. Stereometria je súčasťou okruhu *Geometria a meranie*, v rámci ktorého žiaci na gymnáziách: „skúmajú a objavujú rovinné a priestorové útvary a ich vlastnosti. Odhadom, meraním i výpočtom určujú obsahy, povrchy a objemy. Riešia polohové a metrické úlohy z bežnej reality. Dôležité miesto má rozvoj priestorovej predstavivosti.“ V súvislosti s týmto okruhom ŠPÚ definoval cieľ učebného predmetu, ktorého hlavnou myšlienkou je, aby proces vzdelania smeroval k tomu, že žiaci si rozvíjajú svoju schopnosť orientácie v rovine a priestore a priestorovú predstavivosť. Ako je učiteľskej verejnosti známe, ŠVP je písaný zoširoka a mnohokrát si učiteľ nevie celkom predstaviť, čo konkrétne mali autori na mysli. Možno trochu detailnejšiu predstavu nám dá Výkonový štandard, ktorý definuje, čo by žiaci po prebratí Stereometrie mali vedieť:

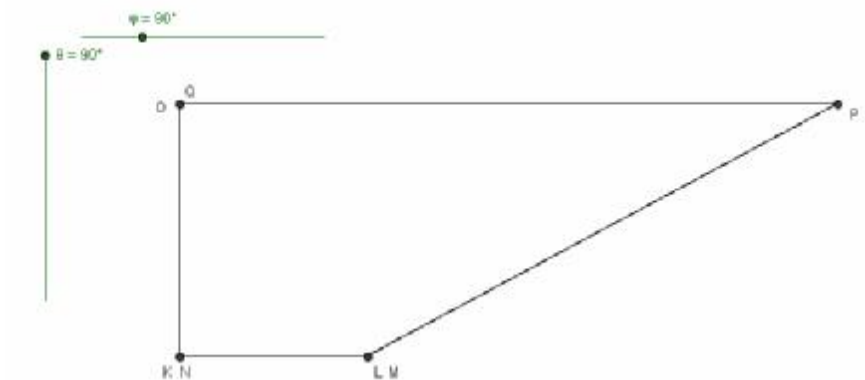
- v rovnobežnom premietaní načrtnúť kváder alebo jednoduché teleso zložené z malého počtu kvádrov,
- nakresliť bokorys a pôdorys jednoduchých útvarov zložených z kvádrov,
- pozná príklady iných spôsobov znázorňovania priestoru (napr. vrstevnice alebo lineárna perspektíva),
- používať spôsoby dvojrozmernej reprezentácie priestoru pri riešení jednoduchých úloh,
- vypočítať povrch a objem telies pomocou daných vzorcov vrátane jednoduchých prípadov, keď je potrebné niektoré údaje dopočítať z ostatných údajov,
- v jednoduchých prípadoch zobrazíť rez telesa rovinou,
- pozná súvislosti rezu guľou so súradnicovým systémom,
- riešiť jednoduché úlohy vyžadujúce priestorovú predstavivosť.

Novinkou, ktorú sme pred reformou na gymnáziách (takmer vôbec) neučili, je kreslenie bokorysov, pôdorysov a nárysov telies; či iné spôsoby znázorňovania priestoru do roviny (lineárna perspektíva, vrstevnice). Tieto novinky síce podľa [2] nie sú súčasťou cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky, no špeciálne zakresľovanie rôznych pohľadov na teleso do roviny má v sebe potenciál na rozvíjanie

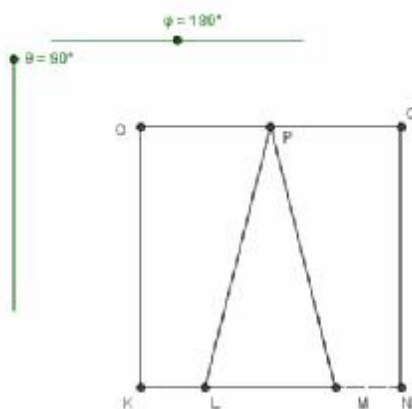
V novej učebnici matematiky pre 1. ročník gymnázií [3] sa autor bokorysom, nárysom a pôdorysom venuje na stranách 74 – 77, v rámci kapitoly 10 nazvanej Zobrazujeme priestor. V učebnici sú tieto pojmy veľmi pekne vysvetlené, ako aj ich potreba a využitie v praxi. Z našej osobnej skúsenosti s vyučovaním tejto témy na Gymnáziu Grösslingová v Bratislave je však pre žiakov potrebných viac príkladov na precvičenie ako len tie, ktoré sú v spomínanej učebnici. Veľmi sa nám osvedčila práca s modelmi (rôzne škatuľky od cukrovniiek alebo menších prístrojov), ako i práca s voľne dostupným softvérom alebo appletmi. Uvedieme pár príkladov:

Obrázok 1: Teleso KLMNOPQ

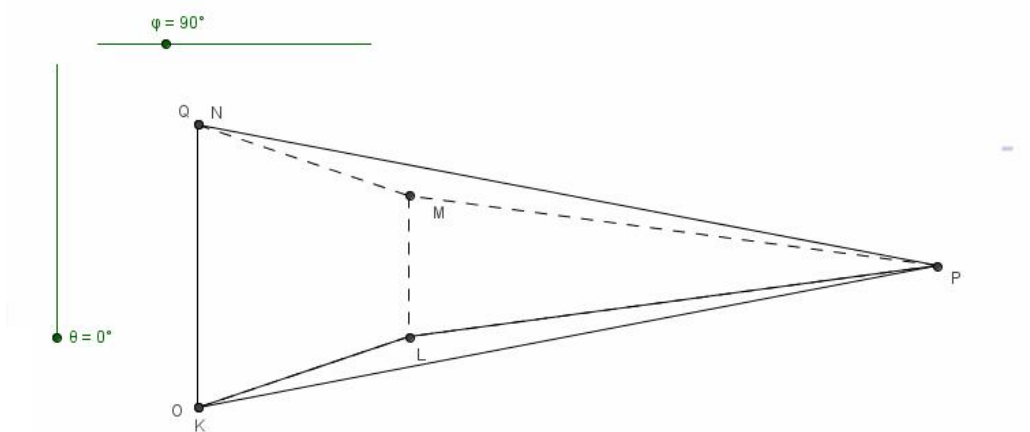
Pomocou voľne dostupného softvéru dynamickej matematiky GeoGebra si žiaci mohli vyskúšať „manipuláciu“ s týmto telesom, pootáčať si ho v rôznych smeroch pomocou vopred pripravených posuvníkov a získať požadované pohľady:



Obrázok 2a: Teleso KLMNOPQ v náryse

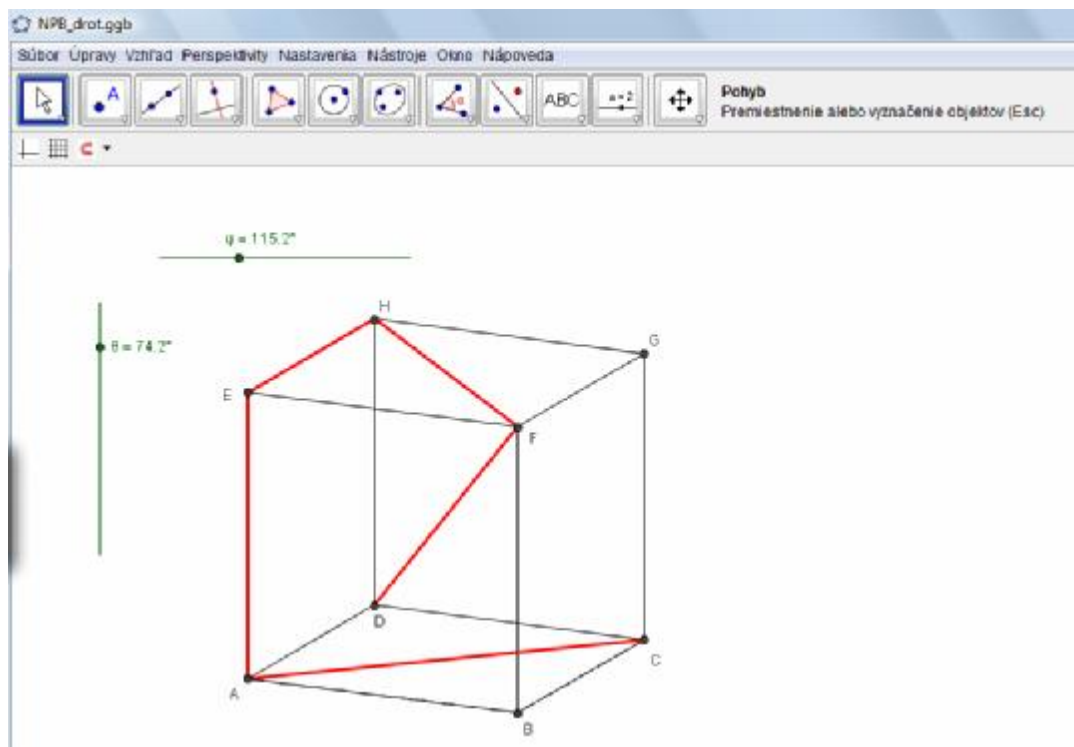


Obrázok 2b: Teleso KLMNOPQ v pravom bokoryse



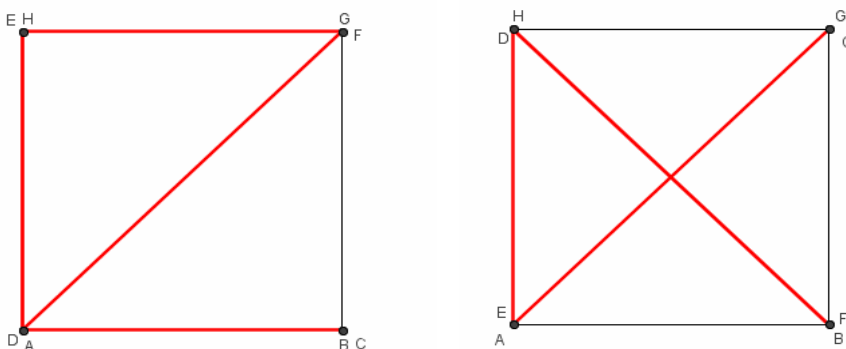
Obrázok 2c: Teleso KLMNOPQ v pôdoryse

Úloha 2: Na drôtenom modeli kocky ABCDEFGH sme červeným drôtom pospájali niektoré vrcholy tak, ako je to vyznačené na obrázku. Nakreslite, ako vidno tento červený drôt spredu, zhora, sprava a zľava.

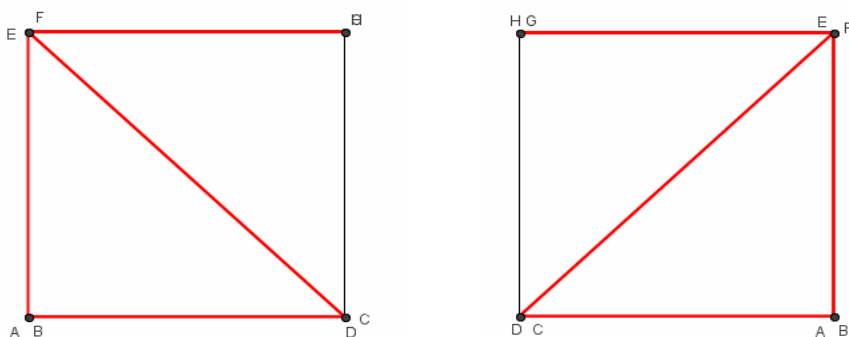


Obrázok 3: Červený drôt na kocke ABCDEFGH

Pri riešení tejto úlohy si mali žiaci možnosť všimnúť, aký je rozdiel medzi pravým a ľavým bokorysom (aj keď protíahlé steny telesa sú zhodné). Opäť sme vo voľne dostupnom softvéri dynamickej matematiky GeoGebra nakreslili všetky štyri požadované pohľady.

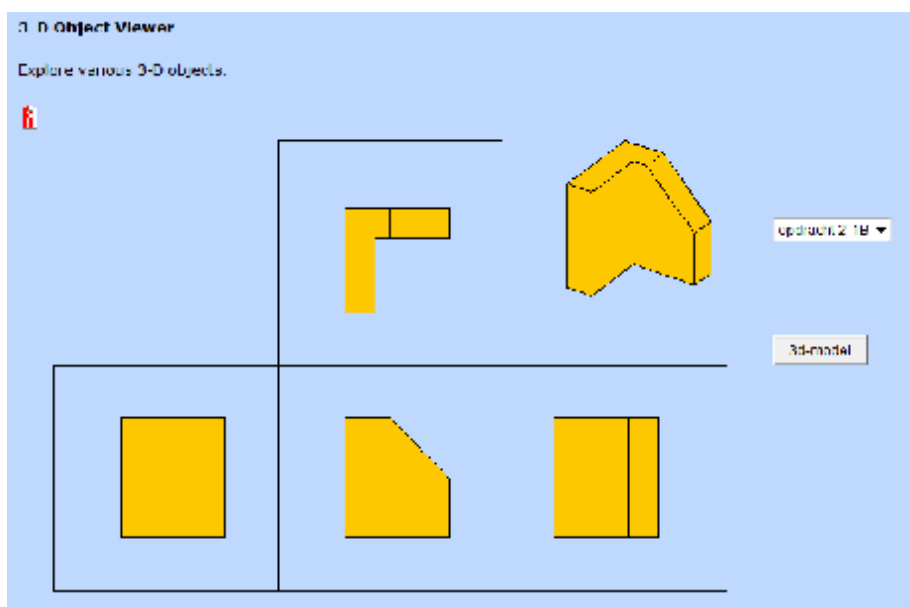


Obrázok 4a: Červený drôt na kocke ABCDEFGH v náryse a pôdoryse



Obrázok 4b: Červený drôt na kocke ABCDEFGH v pravom a ľavom bokoryse

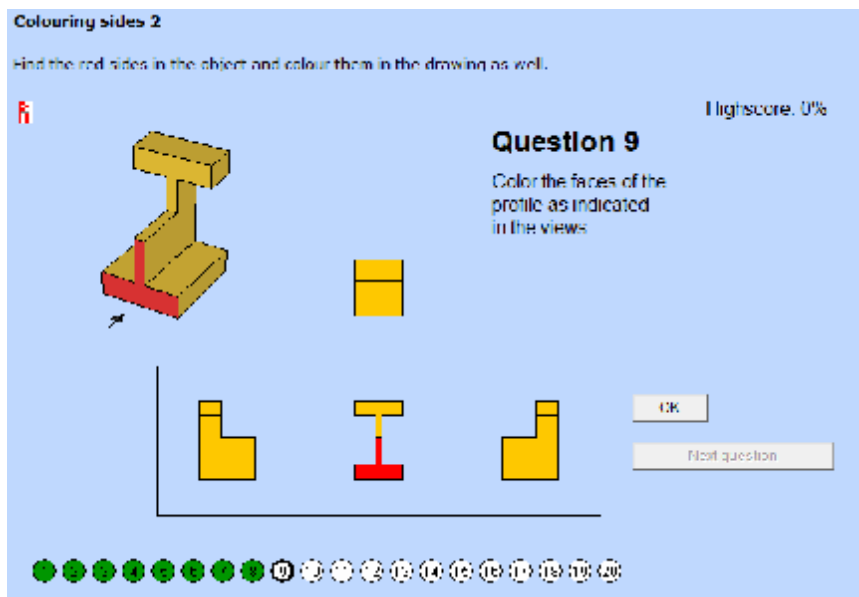
Ak v škole nemáme k dispozícii počítač pre každého žiaka (resp. pre dvojicu), vystačíme si pri týchto úlohách aj s jedným počítačom s pripojením na Internet a dataprojektorom. Takáto forma práce nám na hodine ušetrí dosť času v porovnaní s tým, keby sme telesá kreslili na tabuľu a máme viac času pre poskytovanie spätnej väzby žiakom. Dostatočná séria voľne dostupných appletov na precvičovanie kreslenia rôznych pohľadov na teleso (a aj opačnej procedúry) je napríklad súčasťou webovej stránky WisWeb, čo je webová stránka Freudenthalovho Inštitútu v Holandsku [4]. V applete *3-D Object Viewer* po kliknutí na tlačidlo “3D-model” zobrazíme iba teleso a preklikávaním sa cez vyššie umiestnené rozbaľovacie menu meníme tvar telesa. Ak chceme zobraziť rôzne pohľady, tak zatlačíme tlačidlo “Drawing”.



Obrázok 5: Applet 3-D Object Viewer

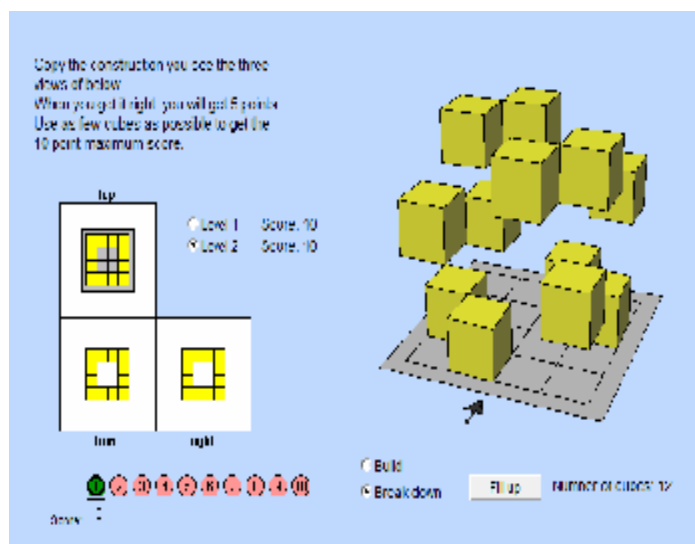
Gradáciou predchádzajúceho appletu je applet *Colouring sides 1*, ktorý vyžaduje od žiakov označiť v náryse, pôdoryse alebo bokoryse tú stenu, ktorá je na telese zafarbená na červeno. Ďalšou úrovňou tejto série je applet *Colouring sides 2*, kde musia žiaci v telese

označiť tú stenu, ktorá je v jednom z pohľadov zafarbená na červeno. V oboch prípadoch applet poskytuje spätnú väzbu, či označená stena bola správna.



Obrázok 6: Applet Colouring sides 2

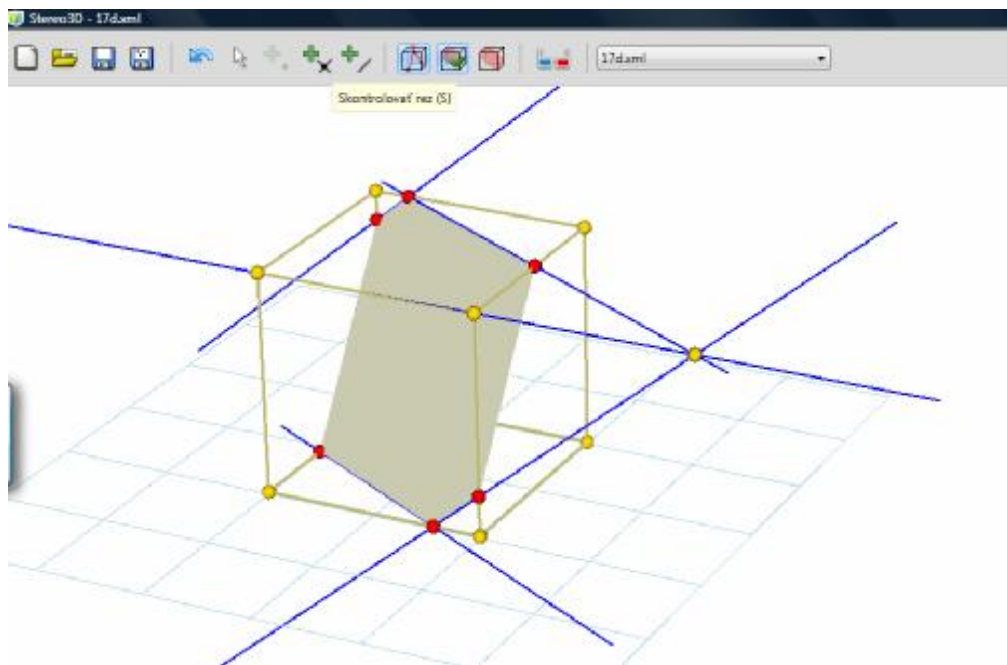
Náročnejšou úlohou pre žiakov je zväčša opačný proces, teda na základe pôdorysu, nárysu a bokorysu telesa toto teleso skonštruovať (nakresliť). Výborným prostriedkom na takéto precvičovanie sa nám osvedčil tiež applet už z vyššie spomínanej stránky WisWeb, konkrétne applet *Building houses with side views*, v ktorom majú žiaci postaviť dom na základe troch rôznych pohľadov. Applet opäť poskytuje spätnú väzbu. Ak žiak postaví správny dom, dostáva 5 bodov, pričom môže získať až 10 bodov, ak použije čo najmenší možný počet kociek.



Obrázok 6: Applet Colouring sides 2

Rez kocky rovinou

Tento tematicky celok sa v novej učebnici [5] nachádza v kapitole 3, nazvanej Kocky, rezy a priestorová predstavivosť. Samotný text, ako i farebné prevedenie učebnice podporuje a uľahčuje žiakom pochopiť o čo vlastne ide. V tomto prípade učebnica poskytuje celkom slušnú zbierku príkladov, no i v tomto prípade sa nám osvedčila doplnková práca s voľne dostupným softvérom – GeoGebra a Stereo3D, ktoré pomáhajú žiakom rozvíjať si priestorovú predstavivosť. Druhý uvádzaný softvér [6] bol v akademickom roku 2010/11 obhájený ako diplomová práca Bc. Michala Sokolského, študenta FIIT STU v Bratislave. Tento softvér bol počas jeho tvorby testovaný našimi žiakmi práve pri preberaní rezov kocky rovinou. Jeho výhodou oproti iným, podobne zameraným softvérom je, že učiteľ v ňom dokáže veľmi jednoducho definovať nové zadania (3 body roviny), tie uložiť (do predpripraveného priečinku Priečinky, ktorý sa nachádza v rozpakovanom priečinku Stereo3D/dotnet_4_0/Stereo3D) a následne si ich študent z menu rýchleho načítania (vpravo hore) dokáže otvoriť. Tento softvér taktiež dokáže skontrolovať rez pomocou tlačidla *Skontrolovať rez* (ak je správny, zafarbí sa na zeleno, ak nesprávny, na červeno) a tiež ukázať rez pomocou tlačidla *Ukázať rez*. Tieto dva prvky programu sú obzvlášť výhodné pri samoštúdiu žiakov, keď im nemá kto poradiť, pomôcť.



Obrázok 7: Riešenie úlohy 17d, strana 76 z učebnice [5] v programe Stereo3D

Ľavým tlačidlom myši dokážeme kocku v nákrese premiestňovať, pravým tlačidlom ju otáčať (a tak vidieť rez z rôznych pohľadov) a skrolovacím kolieskom ju zväčšovať, resp. zmenšovať. Toto ovládanie je intuitívne, naši žiaci ho objavili bez toho, aby čítali nejaký manuál alebo sme im niečo o ovládaní povedali.

Záver

Ostatné kurikulárne zmeny priniesli do vyučovania matematiky na gymnáziách niekoľko nových partíí (napríklad Finančnú matematiku [7]), niektoré témy boli redukované a niektoré naopak rozšírené, no vždy s cieľom poukázania na využiteľnosť v praktickom živote. Okrem nami uvádzaných častí stereometrie, ktoré sú novinkou tak pre žiaka, ako i pre učiteľa, cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky obsahujú aj ďalšie požiadavky týkajúce sa napríklad sietí telies, ktorým sa venujú aj autori Vallo, Záhorská a Ďuriš [8] alebo Vankúš [9]. Myslíme si, že manipulácia s objektmi, hoci aj za pomoci vhodných dynamických softvérov, či appletov, ktoré boli v článku prezentované, je pre žiakov stimulujúca a umožňuje im získať potrebné vedomosti a zručnosti nenúteným spôsobom a taktiež rozvíjať si svoju priestorovú predstavivosť.

LITERATÚRA

- [1] Štátny pedagogický ústav: *Štátny vzdelávací program, Matematika, Príloha ISCED 3A*, Bratislava, 2009
- [2] Štátny pedagogický ústav: *Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky*, Bratislava, 2009
- [3] Kubáček Z.: *Matematika pre 1. ročník gymnázií – 2. časť*, Bratislava, SPN – Mladé letá, 2010, ISBN 978-80-10-01827-7
- [4] WisWeb, Applets, dostupné na internete, [cit. 2011-11-1], <http://www.fi.uu.nl/wisweb/en/welcome.html>
- [5] Kubáček Z.: *Matematika pre druhý ročník gymnázií – prvá časť*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2009, ISBN 978-80-7158-983-9
- [6] Sokolský M.: *Stereo3D*, dostupné na internete, [cit. 2011-11-1], <http://clira.sk/ftp/yankee/Stereo3D.zip>
- [7] Regecová M., Slavíčková M.: *Dynamický softvér v príprave budúcich učiteľov Matematiky*, Nové trendy v teórii vyučovania matematiky - Dynamický softvér vo vyučovaní, Zborník príspevkov z vedeckého seminára organizovaného Katedrou matematiky, Nitra, 2011, ISBN 978-80-8094-853-5
- [8] Vallo D., Záhorská J., Ďuriš V.: *Objavujeme sieť štvorstena*, Acta Mathematica 14, Zborník príspevkov z IX. nitrianskej matematickej konferencie, UKF Nitra, 2011, ISBN 978-80-8094-958-7
- [9] Vankúš P.: *Zbierka didaktických hier určených pre vyučovanie matematiky na druhom stupni základnej školy*, KEC FMFI UK, Bratislava 2010, ISBN 978-80-89186-61-7.

PaedDr. Iveta Kohanová, PhD.
Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského
Mlynská dolina

SK – 842 48 Bratislava

e-mail: kohanova@fmph.uniba.sk