

METÓDA RIADENÉHO SKÚMANIA A STRAPCE PROBLÉMOV VO VYUČOVANÍ STEREOMETRIE V PROSTREDÍ CABRI 3D

LILLA KOREŇOVÁ

ABSTRACT. One of the tasks of teaching stereometry on high schools is to develop space imagination. By the National Education Program for High Schools (ISCED 3A), students, within the topics of geometry, should explore and discover planar and spatial shapes and objects and their properties, solve metric tasks and in simple cases, they should be able to make planar cross sections. In achieving these goals, it's very effective to use appropriate mathematical software. The goal of this contribution is to point out some of the possibilities of constructivist approach towards teaching planar cross section topics using Cabri 3D.

Úvod

Jednou z úloh vyučovania stereometrie na strednej škole je rozvíjanie priestorovej predstavivosti. Podľa Štátneho vzdelávacieho program pre stredné školy (ISCED 3A) by žiaci mali v tematickom okruhu Geometria a meranie skúmať a objavovať rovinné a priestorové útvary a ich vlastnosti, riešiť polohové a metrické úlohy, mali by vedieť v jednoduchých prípadoch zobraziť rez telesa rovinou. Pri dosahovaní týchto cieľov je veľmi účinné využívať efektívne vyučovacie metódy ako aj vhodný matematický softvér.

Teória konštruktivistického poznávania a učenia sa, ktorú vypracoval švajčiarsky psychológ Jean Piaget vychádza z predpokladu, že žiak v aktívnej interakcii s prostredím postupne konštruje svoj vnútorný systém poznania. Proces učenia sa by mal prebiehať v podnetnom vzdelávacom prostredí, ktoré inšpiruje žiakov k bádaniu. (Lukáč, S.a kol. 2010)

Pedagogický konštruktivizmus požaduje, aby sa vo výučbe využívalo riešenie konkrétnych životných (autentických) problémov, tvorivé myslenie, práca v skupinách, manipulácia s predmetmi, názorné pomôcky, napríklad interaktívne počítačové programy. (Turek 2010)

Medzi konštruktivistické prístupy vhodné pre vyučovanie stereometrie patrí aj metóda riadeného skúmania, výskumná metóda ako aj metóda vytvárania strapcov problémov.

Metóda vytvárania strapcov problémov spočíva vo vytýpaní vhodného východiskového problému, ktorý budú žiaci spolu s učiteľom riešiť. Následne po vyriešení úvodného problému žiaci riešia podobné problémy, ktoré sa od pôvodného príliš nelíšia a zároveň aj metóda riešenia týchto problémov je rovnaká alebo veľmi podobná metóde riešenia pôvodného problému. Cieľom je po určitom tréningu vziať do procesu vytvárania nových problémov aj študentov a to tak, aby postupne vytvárali problémy, ktoré sa od pôvodného viac a viac vzdiaľujú. (Kopka 2010)

Vhodným podnetným digitálnym vzdelávacím prostredím pre takéto vyučovanie stereometrie je softvér Casbri 3D.

V príspevku prezentujeme námety na vyučovanie stereometrie, konkrétne rezov telies pomocou riadeného skúmania (metódy vytvárania strapcov problémov) v prostredí Cabri 3D.

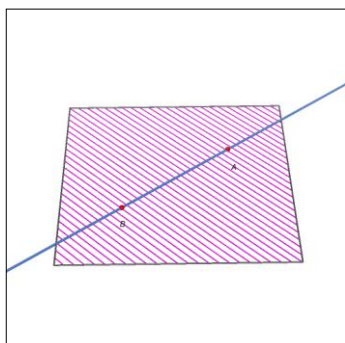
Strapec problémov: Rez kocky rovinou

V úvodnej časti vyučovacej jednotky učiteľ zopakuje nasledujúce tri vety, ktoré budú študenti pri riešení úloh používať. V ideálnom prípade študenti manipulujú s pripravenými Cabri 3D výkresmi na interaktívnej tabuli, v horšom prípade sa použije dataprojektor.

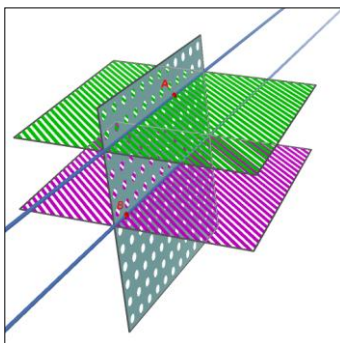
Veta 1: Ak ležia dva rôzne body v rovine, tak nimi priamka určená tiež leží v tejto rovine.

Veta 2: Dve rovnobežné roviny pretína tretia rovina v dvoch rovnobežných priamkach.

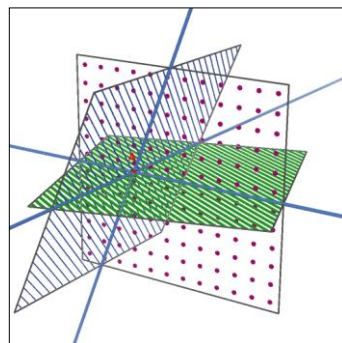
Veta 3: Ak sú každé dve z troch rovín rôznobežné a tieto tri roviny majú jediný spoločný bod, tak týmto spoločným bodom prechádzajú všetky tri priesečnice. (Kopka 2010)



Obrázok 1: Veta 1



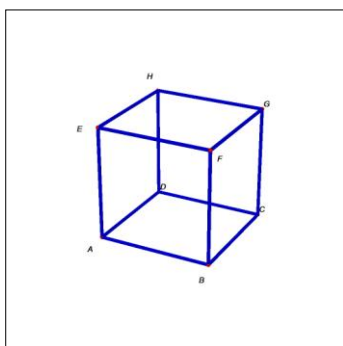
Obrázok 2: Veta 2



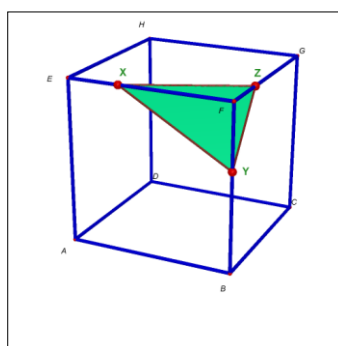
Obrázok 3: Veta 3

Úloha 1: Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou určenou bodmi X, Y, Z ak $X \in EF, Y \in FB, Z \in FG$.

V prostredí Cabri 3D môžeme použiť pripravený výkres s kockou a študenti najprv správne umiestnia body X, Y, Z , potom zostroja rez.



Obrázok 4: cabri výkres s kockou



Obrázok 5: cabri výkres s konštrukciou rezu (úloha 1)

Riešenie: Spojíme body a vytvoríme trojuholník (Veta 1)

Poznámka: riešenia úloh v príspevku len naznačíme, učiteľ so študentmi by odvodil presný postup aj s obvyklým matematickým zápisom.

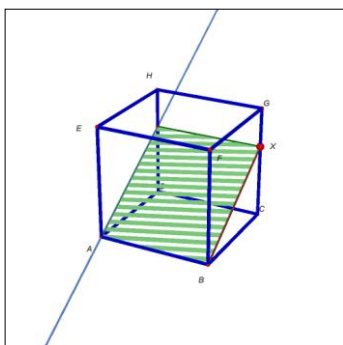
Digitálne prostredie Cabri 3D umožní študentom otáčať vytvoreným telesom v priestore, čo im pomôže lepšie si predstaviť umiestnenie geometrických útvarov v priestore. Výbornou pomôckou je, ak správne zostrojili body X, Y, Z (ležia na príslušných hranách

kocky), potom študenti môžu experimentovať, skúmať, aký rez môže vzniknúť. Učiteľ môže položiť študentom pomocné otázky, lepšie je však, ak vytvorí atmosféru, kde tieto a podobné gradované otázky vymýšľajú sami študenti:

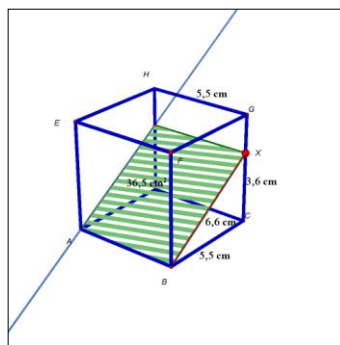
- Aký tvar má rez pri rôznych umiestneniach bodov X , Y a Z (v súlade s podmienkami úlohy)?
- Aké veľkosti strán bude mať trojuholník - rez, ak body budú v strede (v tretine, štvrtine) hrany?
- Kedy bude mať rez najväčší (najmenší obsah)? Ako vypočítam obsah daného rezu, ak poznáme dĺžku hrany kocky číselne (len všeobecne a)?

V Cabri 3D v2 môžu študenti aj merať dĺžku a obsah útvarov, čo umožní okamžité overenie ich hypotéz a výpočtov.

Úloha 2: Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou určenou bodmi A , B , X ak $X \in CG$. V prostredí Cabri 3D môžeme použiť pripravený výkres s kockou a študenti najprv správne umiestnia bod X a potom zostroja rez.



Obrázok 6: cabri výkres s dynamickou konštrukciou rezu



Obrázok 7: cabri výkres s nameranými hodnotami dĺžok a obsahu rezu

Riešenie: Môžeme použiť dve stratégie – zostrojíme priesečník hrany DH a rovnobežky s BX cez bod A (leží v stene kocky), spojíme body a vytvoríme štvoruholník (Veta 1). Podobne by sme mohli začať rovnobežkou s AB cez X (tiež Veta 1).

Učiteľ spolu so študentmi môžu riešiť nasledovné úlohy:

- Aký tvar má rez pri rôznych umiestneniach bodu X ?
- Aký tvar a aké veľkosti strán bude mať rez, ak bod X bude v strede (tretine, štvrtine) hrany?
- Kedy bude mať rez najväčší (najmenší obsah)? Ako vypočítam obsah daného rezu, ak poznáme dĺžku hrany kocky číselne (len všeobecne a)?

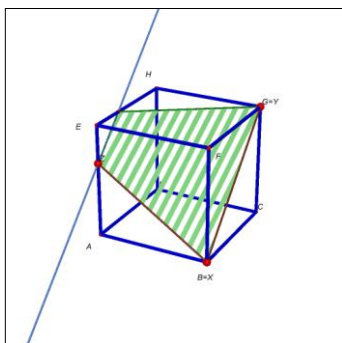
Študenti opäť môžu aj merať dĺžku a obsah útvarov, čo umožní okamžité overenie ich hypotéz a výpočtov.

Úloha 3: Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou určenou bodmi X , Y , Z ak

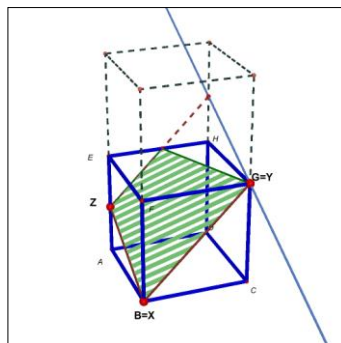
- a) $X \equiv B, Y \equiv G, Z \in AE$.
- b) $X \in AE, Y \in FB, Z \in CG$.
- c) $X \in AE, Y \in AB, Z \in CG$.

Riešenie: Je vhodné, ak študenti nájdu viac spôsobov riešenia úloh.

a)



Obrázok 8: riešenie úlohy 3a



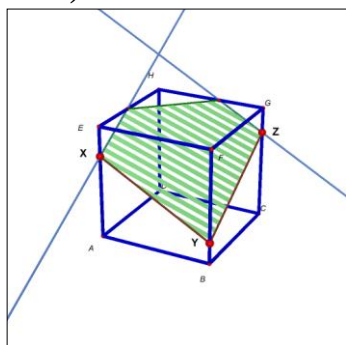
Obrázok 9: iný spôsob riešenia úlohy 3a

Pri riešení úlohy a) môžu študenti využiť trikrát Vetu1 a raz Vetu2, alebo priložíme na kocku ďalšiu pomocnú kocku a tiež použijeme trikrát Vetu1 a raz Vetu2.

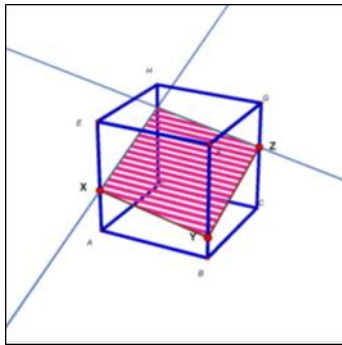
Učiteľ spolu so študentmi môžu riešiť nasledovné úlohy:

- Aký tvar má rez pri rôznych umiestneniach bodu Z (ak bod Z bude v strede, v tretine, štvrtine hrany) ?
- Kedy bude mať rez najväčší (najmenší obsah)? Ako vypočítam obsah daného rezu, ak poznáme dĺžku hrany kocky a vzdialenosť AZ číselne (len všeobecne) ?

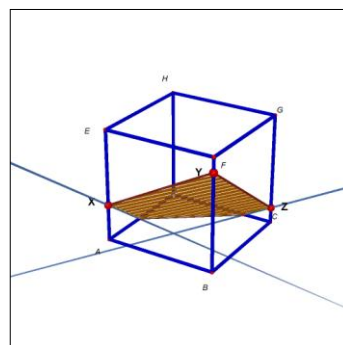
b)



Obrázok 9: riešenie úlohy 3b



Obrázok 10: iné riešenie úlohy 3b



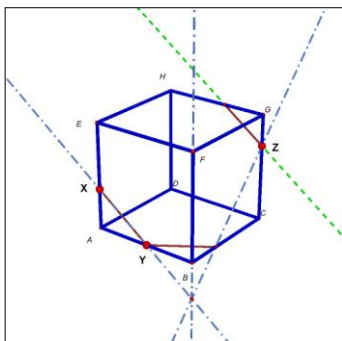
Obrázok 11: iné riešenie úlohy 3b

Učiteľ spolu so študentmi môžu riešiť nasledovné úlohy:

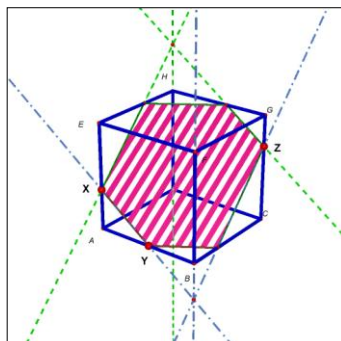
- Aký tvar má rez pri rôznych umiestneniach bodov X, Y a Z (v súlade s podmienkami úlohy)?
- Aké veľkosti strán bude mať rez, ak body budú v strede (v tretine, štvrtine) hrany?
- Kedy bude mať rez najväčší (najmenší obsah)?

Na poslednú otázku pravdepodobne študenti strednej školy nebudú vedieť odpovedať na základe matematického výpočtu, ale pomocou experimentovania v Cabri 3D v2 môžu študenti aj merať dĺžku a obsah útvarov, čo umožní experimentálne zistiť odpoveď na poslednú otázku (bez výpočtov a dokazovania).

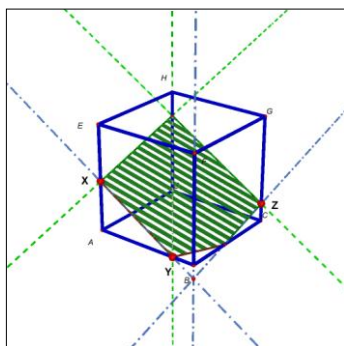
- c) Pri riešení úlohy c) využijeme všetky vety (Veta 1, 2 aj 3). Je vhodné, ak študenti nájdu viac možností konštrukcie.



Obrázok 13: začiatok riešenia úlohy 3c



Obrázok 12: riešenie úlohy 3c



Obrázok 14: riešenie úlohy 3c pre iné umiestnenie bodov X, Y, Z

Učiteľ spolu so študentmi môžu riešiť nasledovné úlohy:

- Aký tvar má rez pri rôznych umiestneniach bodov X, Y a Z (v súlade s podmienkami úlohy)?
- Aké veľkosti strán bude mať rez, ak body budú v strede (v tretine, štvrtine) hrany?

Študenti môžu riešiť úlohu viacerým spôsobom, je vhodné, ak to navzájom prezentujú napríklad na interaktívnej tabuli.

Záver

Predkladaný strapce problémov sa dá ďalej rozširovať a to niekoľkými smermi: napríklad študenti vytvoria teleso zložením z dvoch, troch kociek a riešia rezy takto vzniknutého telesa. Ďalším rozšírením sú rezy na iných telesách, napríklad ihlanoch. Riešenie týchto strapcov úloh v digitálnom prostredí Cabri 3D je nielen motivujúce pre študentov, ale im umožní aj lepšie rozvíjať ich priestorovú predstavivosť.

Predpokladáme aj rozvoj kľúčových kompetencií, ktoré sú v Štátnom vzdelávacom programe pre stredné školy (ISCED 3A) určené takto:

- kompetencia uplatňovať základ matematického myslenia a základné schopnosti poznávať v oblasti vedy a techniky
- kompetencia používať matematické modely priestorového myslenia a prezentácie
- kompetencia riešiť problémy
- kompetencia využívať IKT pri vzdelávaní.

LITERATÚRA

- [1] Dillingerová M.: Rozšírenie poznatkov o mnohostenoch pre žiakov stredných škôl. In: Zborník 5 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KZDM, Bratislava, 2003 ISBN 80-223-1874-4
- [2] Kopka, J. Ako riešiť matematické problémy. Ružomberok: Verbum, 2010, ISBN 978-80-8084-563-6
- [3] Lukáč, S.a kol. Využitie informačných a komunikačných technológií v predmete Matematika pre stredné školy. Košice: elfa s. r. o., 2010, ISBN 978-80-8086-149-0
- [4] Turek, I. Didaktika. Bratislava: Iura Edition spol s. r. o., 2010, ISBN 978-80-8078-322-8
- [5] Uherčíková, V.: Priestorová predstavivosť a jej význam vo vyučovaní matematiky, Zborník z konferencie Matematika v škole dnes a zajtra, Ružomberok, 2005.
- [6] <http://www.minedu.sk/index.php?lang=sk&rootId=2319>
- [7] <http://www.cabri.com/cabri-3d.html>

PaedDr. Lilla Koreňová, PhD.

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Univerzita Komenského v Bratislave

Mlynská dolina

SK – 842 48 Bratislava

e-mail: korenova@fmph.uniba.sk